

# 大質量法碼實驗室量測能力實證研究

台南分局黃敏聖

## 1. 前言：

實驗室之優劣取決於實驗室之量測能力，所謂量測能力就是量測結果之正確性，量測結果正確與否將深深影響實驗結果之表現；任何的量測過程常因量測方法、設備、環境與人員等因素造成量測結果存在許多變異，量測結果只是受測量的近似值；因此，量測結果必定存在著量測不確定度，若欲完整表述量測結果，必須附帶其量測不確定度，藉以說明可合理歸屬於受測量值的離散程度，以及表達量測結果的可信程度。

本研究主要目的是對本分局大質量法碼（1000 kg）校正實驗室建置前後，進行實驗室量測不確定度之比較，主要針對實驗室之環境設備、法碼校正報告及量測過程等各方面，分析其各項誤差來源，評估系統之量測不確定度，進而了解實驗室建置前後之量測能力，並提供改善實驗室量測能力之建議。

造成量測系統的不確定度因素，大致可分為 A 類標準不確定度（客觀統計分析）及 B 類標準不確定（主觀經驗值、校正報告、天平規格等）。

本實驗室採用雙重替換法 ABA 循環方式進行校正，依一固定次序重複三次後求其差值，並計算差值之平均偏差(mean deviation)及標準差(standard deviation)，再參考標準法碼之值即可求得待校法碼質量值及不確定度。

系統評估係累積適當數據以統計方法計算 95 %信賴水準下之量測不確定度。並依此數據定出管制界限以監控 1000 kg 之法碼質量量測過程。

## 2. 量測系統簡介：

### 2.1 適用範圍

本研究適用於 OIML CLASS F1、F2、M 等級法碼間的相互比較校正，待校儀具、性能規格、校正方法如表 1 所示。

表1 待校儀具規格說明

待校儀具特性	性能規格	校正方法
法碼	範圍：1000 kg 等級：OIML F 級、M 級法碼	將待校法碼與質量實驗室之標準法碼進行比對，由其間之差值及標準法碼之追溯值求得待校法碼之質量。 ( $M_i = R_m - d + b$ )

### 2.2 系統設備介紹

本分局實驗室完工前系統主要結構包括可負載 2000 kg 之天車、OIML F<sub>1</sub> 級法碼 500 kg、M 級法碼 1000 kg、RI5000 精密電子台秤等，詳細規格如表 2 所示。

表2 系統規格說明

項次	名稱	規格/序號	廠牌/型號	備註
1	RI5000 電子式平台秤	序號：3113726 範圍：10 g—1200 kg 解析度 (readability)： 500 kg 以上 20 g，500 kg 以下 10 g	生泰/RI5000	校正週期 1 年
2	標準法碼 (外校法碼) (查核法碼)	序號：1、2 範圍：500 kg 準確度：±3 g	中日	校正週期 1 年
3	標準法碼	序號：120 範圍：1000 kg M 級 準確度：±50 g	無	校正週期 1 年
4	標準法碼 (外校法碼) (查核法碼)	序號：9510 範圍：1000 kg 準確度：±5 g	生泰	實驗室完工後所增購之法碼，校正週期 1 年

註：實驗室建置前是使用序號 1、2 及序號 120 之標準法碼進行量測過程，實驗室建置後則使用序號 9510 及序號 120 之標準法碼。

實驗室設備完工後，除了添購 OIML F<sub>1</sub> 級法碼 1000 kg 之外，另增設許多設備，使實驗室有更良好穩定的量測環境；設備及功能如下

所述：(a) 獨立儲冰水式恆溫恆濕空調系統：實驗室溫溼度維持在  $20^{\circ}\text{C}\pm 2^{\circ}\text{C}$  及  $55\%\pm 10\%$ ；(b) 隔熱庫板 (5 cm厚)：可有效隔絕實驗室內外的溫度變異；(c) 無塵室：使實驗室內空氣潔淨；(d) 環氧樹脂地板：可防止地板起塵達無塵室潔淨度要求，且地板水平度佳，避免因地面傾斜產生天平秤重誤差。

### 2.3 量測原理

本分局所使用之 RI5000 精密電子台秤，其重量感測係以荷重元 (Load Cell，如圖 1 所示) 方式之工作原理進行；荷重元是電子式磅秤核心元件，主要功能就是將重量轉換成電壓信號，其精度大都由此決定，故障亦由此而起。荷重元主要分成兩個部分，即機械本體與應變計 (Strain Gage)，應變計基本上是一條細小的金屬電阻絲線，纏繞在一小片絕緣片上，並將其附著於受力元件上，當金屬線承受到壓力或拉力時，金屬線的長度會變短或變長，而電阻也會跟著變小或變大。應變計的電阻值變化與受力大小有一定關係，所以經由量測應變計電阻值的變化調整應變計的受力大小，應變計感受應力的大小，會將機械訊號轉換成電子訊號。通常一個荷重元包含四個應變計，由四個應變計組成一組平衡電橋，即所謂的「惠斯頓電橋」(Wheatston Bridge，如圖 2 所示)，利用電橋而將電阻變化轉換成電壓訊號。若於矩形斷面懸臂樑上下兩側各貼一枚應變計 (如圖 3 所示)，當承受力  $P$  後，貼於樑上方之應變計承受拉應力，貼於樑下方之應變計承受壓應力，兩者呈反方向變動，由電壓之變化量可測得受力之大小。Load Cell 在工業界中很普遍的被應用來量測重量，從公克等級到公噸等級的 Load Cell，視實際應用需要決定所需之等級。

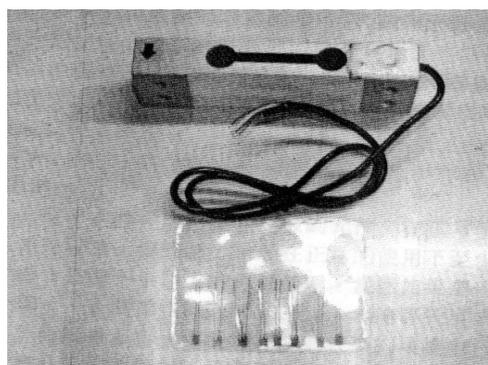


圖 1 荷重元及應變計外觀圖

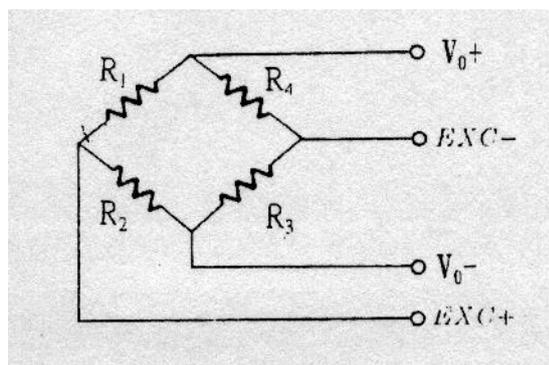


圖 2 基本惠斯頓電橋

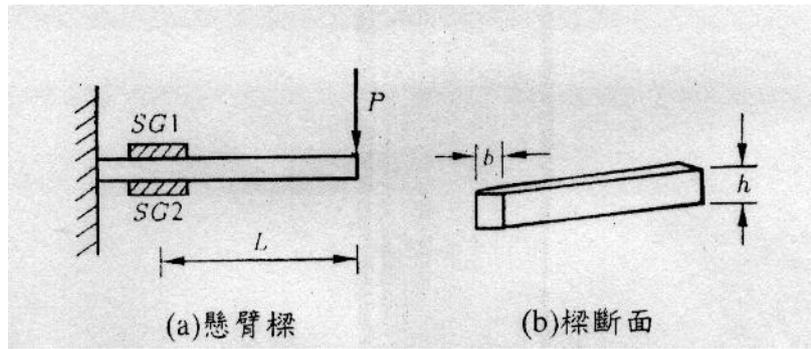


圖 3 以應變計量測矩形斷面懸臂樑之應變即受力

### 3. 校正方法介紹及數學模式建立

#### 3.1 校正方法

量測過程將標準法碼 (R) 及待校法碼 (X) 分別秤重觀測，以雙重替換法採用 ABA 循環模式執行 3 次循環校正 (n=3)，以得二者量測平均值 ( $\bar{d}$ )。

#### 3.2 數學模式建立

待測法碼約定質量之量測方程式為：

$$M_t = R_m - \bar{d} + b \quad (1)$$

其中

$M_t$ ：待校法碼的約定質量

$R_m$ ：標準件約定質量 (1000 kg)

$d_n$ ：每次量測差值

$\bar{d}$ ：量測平均值

$$d_n = \frac{(R_n - X_n) + (R_{n+1} - X_n)}{2} \quad (2)$$

$$\bar{d} = \frac{1}{3} \sum_{n=1}^3 d_n \quad (3)$$

$b$ ：空氣浮力修正項

$$b = m_0 \times (\rho_{ai} - \rho_0) \times \left( \frac{1}{\rho_t} - \frac{1}{\rho_r} \right) \quad (4)$$

$m_0$ ：量測法碼標稱值(1000 kg)

$\rho_{ai}$ ：量測環境之空氣密度(1.2 ± 0.12 kg/m<sup>3</sup>)

$\rho_0$ ：空氣密度約定值(1.2 kg/m<sup>3</sup>)

$\rho_t$ ：參考 OIML R111，依實際受理法碼（白鑄鐵）密度範圍預估（估計值 7700 ± 400 kg/m<sup>3</sup>）。

$\rho_r$ ：參考法碼密度約定值(8000 kg/m<sup>3</sup>)

依據 OIML R111 規範，當滿足  $|b| \leq \frac{1}{3}U$  條件時（ $U$  表擴充不確定度），空氣浮力修正項可忽略不計。

其中估計  $U \leq \frac{1}{3} \delta_m$ ， $\delta_m$  為 OIML R111 規範之最大允許偏差。因此上次條件可變成  $|b| \leq \frac{1}{9} \delta_m$ 。

$$|b_{\text{最大值}}| = 0.00016085 \text{ kg} \quad (5)$$

$$\frac{1}{9} \delta_m = 0.000555556 \text{ kg (F}_1 \text{ 級法碼 1000 kg 最大允許偏差為 5 g)}$$

得  $|b| \leq \frac{1}{9} \delta_m$ ，故此空氣浮力修正項可忽略，惟其貢獻之不確定度則將於評估不確定時列入考慮。

所以待測法碼約定質量之量測方程式為：

$$M_t = R_m - \bar{d} \quad (6)$$

### 3.3 不確定度來源分析

由 3.2 節之量測方程式可知不確定度來源分別為  $R_m$ 、 $\bar{d}$  及  $b$ ，詳細說明如下：

- $\bar{d}$  量測平均值不確定度來源表示為  $u_{\bar{d}}$ ，其中包含：
  - A 類—量測過程不確定度 ( $u_w$ )
  - B 類—天平不確定度 ( $u_{ba}$ )
- $R_m$  標準件法碼不確定度來源表示為  $u_{R_m}$ ，其中包含：
  - B 類：參考法碼不確定度 ( $u_R$ )
  - B 類：參考法碼穩定度 ( $u_S$ )
- 空氣浮力修正項 ( $b$ ) 不確定度來源表示為  $u_b$ ：
  - B 類：包含實驗室內溼度、溫度、大氣壓力變化的空氣浮力修正項之標準不確定度 ( $u_b$ )。

各項來源不確定度估算如下：

### 3.3.1 量測平均值之不確定度， $u_{\bar{d}}$ ：

(1) 量測過程不確定度， $u_W$ ：

長期觀測收集  $m$  組 ( $m=25$ ) 數據，循環  $n$  次 ( $n=3$ ) 之量測不確定度估算為

$$S_c = \sqrt{\frac{\sum_{m=1}^{25} (\bar{d}_m - \bar{\bar{d}})^2}{m-1}} \quad (7)$$

$$u_W = \frac{S_c}{\sqrt{m}} \quad (8)$$

實驗室建置前後之  $S_c$  及  $u_W$  如表 3：

表 3  $S_c$  及  $u_W$  計算結果

	實驗室建置前	實驗室建置後
$S_c$	0.007706(kg)	0.007003(kg)
$u_W$	0.0015412(kg)	0.0014(kg)

(2) 天平不確定度， $u_{ba}$ ：

天平不確定度來源有兩項：

(a) 數位天平顯示解析度所產生的不確定度：

對於有分度  $d$  的數位天平，解析度所造成的不確定度為：

$$u_d = \frac{d/2}{\sqrt{3}} \times \sqrt{2} \quad (9)$$

其中  $\sqrt{2}$  來自兩次讀值，參考法碼一次，測試法碼一次。

實驗室建置前天平分度值為 20g，實驗室建置後將其調整成更精密的 10g。

實驗室建置前後之  $U_d$  如表 4：

表 4  $U_d$  計算結果

	實驗室建置前	實驗室建置後
$U_d$	0.00816497(kg)	0.004082483(kg)

(b). 偏載所產生的不確定度為：

$$u_E = \frac{\frac{d_1}{d_2} \times D}{2 \times \sqrt{3}} \quad (10)$$

$D$  為偏載測試中最大與最小值的差，與 OIML R76-2 一致， $d_1$  為（多個）法碼中心至承載器中心的判斷距離， $d_2$  為承載器中心至一個邊角的距離，假設  $d_1/d_2=1/3$ ，如圖 4 示。

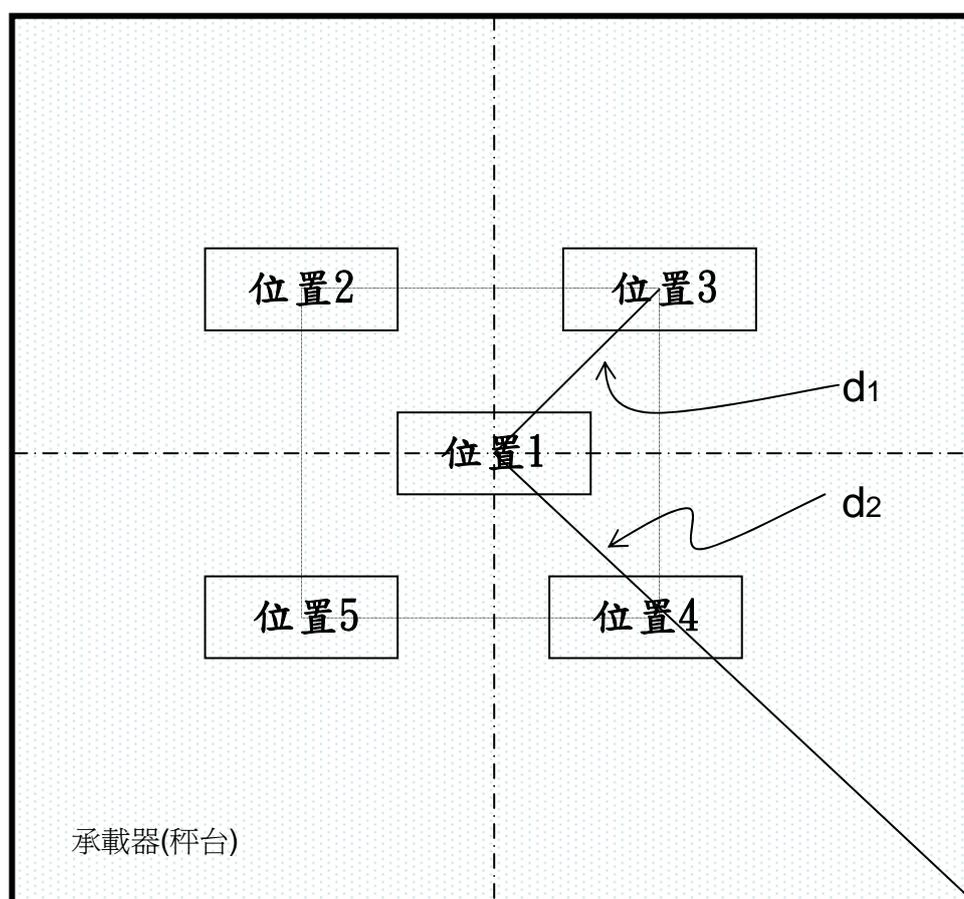


圖 4. 偏載位置示意圖

本研究所得量測數據(見附表 1)，實驗室建置前後之  $u_E$  分別為 0.00801875(kg)及 0.009301754(kg)：

天平組合標準不確定度  $u_{ba}$  及量測平均值  $\bar{d}$  的組合標準不確定度  $u_{\bar{d}}$  為：

$$u_{ba} = \sqrt{u_d^2 + u_E^2} \quad (11)$$

$$u_{\bar{d}} = \sqrt{u_W^2 + u_{ba}^2} \quad (12)$$

實驗室建置前後之  $u_{ba}$  及  $u_{\bar{d}}$  如表 5：

表 5  $u_{ba}$  及  $u_{\bar{d}}$  計算結果

	實驗室建置前	實驗室建置後
$u_{ba}$	0.011444(kg)	0.010158213(kg)
$u_{\bar{d}}$	0.0115474(kg)	0.010254324(kg)

### 3.3.2 參考法碼的標準不確定度， $u_{R_m}$ ：

標準法碼的不確定度來源有兩項：

(1)法碼質量的標準不確定度， $u_R$ ：

由法碼校正證書中的擴充不確定度  $U$  除以擴充係數  $k$  (一般  $k=2$ ) 而得。本實驗室參考法碼校正報告數據如附表 2，實驗室建置前後之  $u_R$  如表 6。

$$u_R = \frac{U}{k} \quad (13)$$

表 6  $u_R$  計算結果

	實驗室建置前	實驗室建置後
$u_R$	0.01592040(kg)	0.001485149(kg)

(2)法碼穩定度的不確定度， $u_s$ ：

由於法碼長期使用受到各種因素的影響，其質量會產生變化，因此估算法碼不確定度時須考量法碼質量的穩定度，其算法是利用標準法碼前後二次送校之值的變化量  $D(m_S)$ ，以矩形分佈估算之。如參考法碼只有一次校正報告，法碼穩定度的不確定度則依「OIML R111-1(E), OIML, 2004」之最大允許誤差(mpe)矩形分佈估算之。

$$u_s = \frac{D(m_S)/2}{\sqrt{3}} \quad (14)$$

標準法碼之組合標準不確定度為：

$$u_{Rm} = \sqrt{u_R^2 + u_S^2} \quad (15)$$

實驗室建置前後之  $u_s$  及  $u_{Rm}$  如表 7：

表 7  $u_s$  及  $u_{Rm}$  計算結果

	實驗室建置前	實驗室建置後
$u_s$	0.008372(kg)	0.001443376(kg)
$u_{Rm}$	0.017987285(kg)	0.00207099(kg)

### 3.3.3 空氣浮力標準不確定度， $u_b$

空氣浮力 ( $b$ )

$$b = m_0 \times (\rho_{ai} - \rho_0) \times \left( \frac{1}{\rho_t} - \frac{1}{\rho_r} \right) \quad (16)$$

空氣浮力不確定度來源包括  $\rho_{ai}$ 、 $\rho_t$

其中空氣密度  $\rho_{ai}$  依據「OIML R111-1(E), OIML, 2004.」為

$$\rho_{ai} = \frac{0.34848 p - 0.009 (hr) \times \exp(0.061 t)}{273.15 + t} \quad (17)$$

且  $\rho_{ai}$  不確定度來源包括壓力  $p$  (hPa)、相對溼度  $hr$  (%)及溫度  $t$  ( $^{\circ}C$ )，實驗室建置前後量測過程之環境條件( $t$ 、 $hr$ 、 $p$ 、 $\rho$ )紀錄值及標準不確定度如附表 3，其空氣浮力不確定度如表 8。  
表 8 空氣浮力不確定度計算結果

	實驗室建置前	實驗室建置後
空氣浮力 $\rho_{ai}$ 不確定度	0.007956452(kg)	0.007807645(kg)
空氣浮力 $\rho_t$ 不確定度	230.9401077(kg)	230.9401077(kg)
空氣浮力組合不確定度 $u_b$	0.000154506(kg)	0.00005695(kg)

### 3.4 擴充不確定度 $U$

組合標準不確定度：

$$u_c = \sqrt{u_d^2 + u_b^2 + u_{Rm}^2} \quad (18)$$

待測法碼約定質量的擴充不確定為：

$$U = k \times u_c \quad (19)$$

實驗室建置前後之組合標準不確定度  $U_c$ 及擴充不確定度  $U$ 如表 9：

表 9 組合標準不確定度  $U_c$ 及擴充不確定度  $U$ 計算結果

	實驗室建置前	實驗室建置後
組合標準不確定度 $U_c$	0.021375(kg)	0.01046152(kg)
擴充不確定度 $U$	0.042(kg)	0.022(kg)

## 4. 量測品保

### 4.1 量測品保設計

選用適當的法碼做查核標準件(C)。量測品保設計以雙重替換法方式，採用 ABA 循環模式執行 3 次循環校正，將參考法碼 (R) 與查核標準件法碼(C)分別秤重觀測比較，由此量測方法配合量測模式的設計，可得每次量測查核參數，長期紀錄 m 組 (m=25)數據觀察量測結果，求得算術平均數 ( $\bar{d}$ ) 與標準差 ( $S_c$ )，建立管制上下限與製作管制圖加以管制量測系統之穩定性。

本研究之管制圖實驗數據詳如附表 5。

### 4.2 量測品保監控

為瞭解量測過程是否在受控制的情況下進行，以 t-Test 及 F-Test 進行量測監控。

令查核參數為  $\bar{d}_i$  及  $S_{ci}$ ；每次量測得一平均值， $\bar{d}_i$ ；每次量測得一查核法碼標準差， $S_{ci}$

$$S_{ci} = \sqrt{\frac{\sum_{n=1}^3 (d_n - \bar{d}_i)^2}{3-1}} \quad (20)$$

$d_n$  為每次量測差值，即 C-R 之值； $\bar{d}_i$  為量測 3 次  $d_n$  值之平均值；  
 $S_{ci}$  為量測 3 次  $d_n$  值之標準差。

令

$$T = \frac{|\bar{d}_i - \bar{d}|}{S_c} \quad (21)$$

另

$$S_p = \sqrt{\frac{\nu_1 S_{C1}^2 + \nu_2 S_{C2}^2 + \dots + \nu_m S_{Cm}^2}{\nu_1 + \nu_2 + \dots + \nu_m}}, \nu_i \text{ 為各組資料之自由度} \quad (22)$$

在 95 % 的信賴水準下以 t-Test 及 F-Test 進行監控，即當  $T_c < 2$  且  $S_{Ci} < S_p \sqrt{F_\alpha(\nu_i, \nu)}$  時，則稱此量測過程為「in control」，表示量測系統是在穩定的狀態下，否則須重新量測。

## 5. 結論

根據本分局實驗室建置前後所得不確定度計算結果顯示，建置完後之實驗室擴充不確定度僅 21.5457g，相較於實驗室建置前的 42.08g 表現優良許多（表 11）；依不確定度來源可知，除了量測平均值之不確定度  $u_d$  差異較小外，參考法碼標準不確定度  $u_{R_m}$  和空氣浮力標準不確定度  $u_b$  的差異甚大，將其結果討論如下：

表 11 實驗室建置前後不確定度結果

	實驗室建置前	實驗室建置後
量測平均值之不確定度 $u_d$	0.0115474(kg)	0.010254324(kg)
參考法碼的標準不確定度 $u_{R_m}$	0.017987285(kg)	0.00207099(kg)
空氣浮力標準不確定度 $u_b$	0.000154519(kg)	0.0000413284(kg)
擴充不確定度 $U$	0.05(kg)	0.03(kg)

### 4.1 量測平均值之不確定度 $u_d$ 部分

此部分所包括之數位天平顯示解析度，其產生的不確定度，因調整分度值從 20g，調成更精密的 10g，若其他條件維持不變之下，擴充不確定度將由  $U=0.026\text{kg}$  縮減為  $U=0.022\text{kg}$ （因擴充不確定度有效為數取決於顯示器分度值，故再經無條件進入後，皆為  $U=0.03\text{kg}$ ）。由此可知，使用穩定性及解析度高的天平，可以降低擴充不確定。

#### 4.2 參考法碼的標準不確定度 $u_{R_m}$ 部分

此部分主要受到法碼校正之擴充不確定度之影響，若法碼送至等級越高的校正實驗室，其校正報告中的擴充不確定度會越小，故標準法碼的校正報告不確定度  $u_R$  也會隨之越小。若以附表 2 中 91 年校正紀錄  $U_R=1g$ 、 $k=2.16$  計算不確定度，其他條件維持不變，則擴充不確定度將由  $U=0.05kg$  縮減為  $U=0.03kg$ 。

#### 4.3 空氣浮力標準不確定度 $u_b$ 部分

此部分主要差異在於實驗室完工後，建製了恆溫及恆濕的工作環境（溫度  $20^{\circ}C \pm 2^{\circ}C$ ，溼度  $55\% \pm 10\%$ ），讓待校法碼與天平設備達成溫度穩定情況，使得空氣浮力標準不確定度減少，且進行實驗時可得到較穩定的量測值。

## 6. 參考資料

1. 1200 kg 電子台秤操作說明，EFW-640-105，經濟部標準檢驗局台南分局，民國 93 年。
2. 1000 kg 法碼校正之標準程序，T004-000-001，一版，經濟部標準檢驗局台南分局，民國 95 年。
3. Weights of classes E<sub>1</sub>, E<sub>2</sub>, F<sub>1</sub>, F<sub>2</sub>, M<sub>1</sub>, M<sub>1-2</sub>, M<sub>2</sub>, M<sub>2-3</sub> and M<sub>3</sub> Part 1: Metrological and technical requirements, OIML R111-1(E), OIML, 2004.

## 7. 附表

附表 1 偏載量測數據

實驗室建置前

	位置 1	位置 2	位置 3	位置 4	位置 5
次數 1	499.92	499.95	500.02	500.01	499.94
次數 2	499.92	499.97	499.99	500.00	499.93
次數 3	499.93	499.96	500.01	500.00	499.93
平均值	499.923	499.96	500.0067	500.0033	499.933
offset	0	0.037	0.083	0.080	0.010

$$D = |\max(\text{offset}) - \min(\text{offset})| = 0.083333 \text{ (kg)}$$

實驗室建置後

	位置 1	位置 2	位置 3	位置 4	位置 5
次數 1	499.96	499.97	499.99	500.03	499.95
次數 2	499.94	499.94	499.98	500.04	499.95
次數 3	499.93	499.97	499.99	500.05	499.95
平均值	499.943	499.960	499.986	500.040	499.950
offset	0	0.0167	0.043	0.097	0.007

$$D = |\max(\text{offset}) - \min(\text{offset})| = 0.09667 \text{ (kg)}$$

附表 2 參考法碼校正報告數據

實驗室建置前

參考法碼	94 年校正報告			91 年校正報告		
	質量(kg)	擴充不確定度(g)	擴充係數 $k$ 值	質量(kg)	擴充不確定度(g)	擴充係數 $k$ 值
No.1	500.007	16	2.01	499.997	1	2.16
No.2	499.994	16	2.01	500.013	1	2.16

實驗室建置後

參考法碼	94 年校正報告		
	質量(kg)	擴充不確定度(g)	擴充係數 $k$ 值
No.9510	1000.003	3	2.02

附表 3 量測過程之環境條件(t、hr、p、 $\rho$ )紀錄值及其標準不確定度  
實驗室建置前

量測過程之環境條件(t、hr、p、 $\rho$ )紀錄值及其標準不確定度

	溫度(t)°C	相對溼度(hr)	大氣壓力(p)hPa	空氣密度 ( $\rho_{ai}$ )
平均值	30.8	0.5684	1013.25	1.161601
標準差	1.118034	0.0758112	0	0.004269
標準不確定度	1.118034	0.0758112	5.850001603	0.004269

註 1：溫度及相對溼度之平均值為 25 組資料之實際測量值。

註 2：因實驗室建置前無法量測環境大氣壓力，故大氣壓力不確定度取其 1% 誤差之矩形分配之估計值( $\frac{1031.25 \times 0.01}{\sqrt{3}}$ )。

註 3：空氣密度( $\rho_{ai}$ )方程式 (17)。

空氣密度  $\rho_{ai}$  不確定度來源分析表

不確定度因素(x)	溫度(t) °C	相對溼度(hr)	壓力(p) hPa
不確定度 $u(x)$	1.118033989	0.075811169	5.850001603
靈敏係數 $\frac{\partial \rho_{ai}}{\partial x}$	-0.003828353	0.000193817	0.001146504
標準不確定度 $\frac{\partial \rho_{ai}}{\partial x} \times u(x)$	-0.004280229	0.0000146935	0.006707052
組合標準不確定度	0.007956452		

註 1：靈敏係數為對空氣密度方程式 (17) 做偏微分 (分別對溫度、相對溼度及壓力做偏微分)。

註 2：組合標準不確定度為  $\sqrt{(-0.004280229)^2 + (0.0000146935)^2 + (0.006707052)^2}$ 。

空氣浮力不確定度來源分析表

不確定度因素(x)	$\rho_{ai}$	$\rho_t$
不確定度 $u(x)$	0.007956452	230.9401077
靈敏係數 $\frac{\partial \rho_b}{\partial x}$	0.00487013	0.000000647649
標準不確定度 $\frac{\partial \rho_b}{\partial x} \times u(x)$	0.000038749	0.000149568
組合標準不確定度	0.000154506	

註 1：靈敏係數為對空氣浮力方程式 (16) 做偏微分 (分別對  $\rho_{ai}$  及  $\rho_t$  做偏微分)。

註 2：組合標準不確定度為  $\sqrt{(0.000038749)^2 + (0.000149568)^2}$ 。

實驗室建置後

量測過程之環境條件( $t$ 、 $hr$ 、 $p$ 、 $\rho$ )紀錄值及其標準不確定度

	溫度( $t$ ) $^{\circ}\text{C}$	相對濕度( $hr$ )	大氣壓力( $p$ )hPa	空氣密度 ( $\rho_{ai}$ )
平均值	20.04	0.552	1018.53	1.210885
標準差	0.8406347	0.042032	3.623074201	0.004684
標準不確定度	0.8406347	0.042032	5.880485697	0.004864

註 1：溫度及相對溼度之平均值為 25 組資料之實際測量值。

註 2：因實驗室建置前無法量測環境大氣壓力，故大氣壓力不確定度取其 1% 誤差之矩形分配之估計值( $\frac{1018.53 \times 0.01}{\sqrt{3}}$ )。

註 3：空氣密度見公式 (17)。

空氣密度  $\rho_{ai}$  不確定度來源分析表

不確定度因素( $x$ )	溫度( $t$ ) $^{\circ}\text{C}$	相對溼度( $hr$ )	壓力( $p$ ) hPa
不確定度 $u(x)$	0.8406347	0.042032	5.880485697
靈敏係數 $\frac{\partial \rho_{ai}}{\partial x}$	-0.004110989	0.00010423	0.001188905
標準不確定度 $\frac{\partial \rho_{ai}}{\partial x} \times u(x)$	-0.00345584	4.38096E-06	0.00699134
組合標準不確定度	0.007807645		

註 1：靈敏係數為對空氣密度方程式 (17) 做偏微分 (分別對溫度、相對溼度及壓力做偏微分)。

註 2：組合標準不確定度為  $\sqrt{(-0.00345584)^2 + (0.00000438096)^2 + (0.00699134)^2}$

空氣浮力不確定度來源分析表

不確定度因素( $x$ )	$\rho_{ai}$	$\rho_t$
不確定度 $u(x)$	0.007807645	230.9401077
靈敏係數 $\frac{\partial \rho_b}{\partial x}$	0.00487013	-0.0000000722075
標準不確定度 $\frac{\partial \rho_b}{\partial x} \times u(x)$	0.00003802429	-0.0000166756
組合標準不確定度	0.00005695	

註 1：靈敏係數為對空氣浮力方程式 (16) 做偏微分 (分別對  $\rho_{ai}$  及  $\rho_t$  做偏微分)。

註 2：組合標準不確定度為  $\sqrt{(0.00003802429)^2 + (-0.0000166756)^2}$

附表 4 1000 kg 法碼之不確定度分量表

實驗室建置前

(單位: kg)

不確定度來源	參考法碼 不確定度 ( $u_{Rm}$ )	量測過程 不確定度 ( $u_W$ )	天平不確 定度( $u_{ba}$ )	空氣浮力 之修正 ( $u_b$ )
標準不確定度 $u$	0.0179873	0.0015412	0.011444	0.0001545
型式	B	A	B	B
靈敏係數	1	1	1	1
自由度 $\nu$	$\infty$	24	$\infty$	$\infty$
組合標準 不確定度	0.021375			
有效自由度	282			
擴充係數 $k$	1.97			
擴充不確定度 $U$	0.042			

實驗室建置後

(單位: kg)

不確定度來源	參考法碼 不確定度 ( $u_{Rm}$ )	量測過程 不確定度 ( $u_W$ )	天平不確 定度( $u_{ba}$ )	空氣浮力 之修正( $u_b$ )
標準不確定度 $u$	0.0020710	0.00140066	0.01015821	0.00005695
型式	B	A	B	B
靈敏係數	1	1	1	1
自由度 $\nu$	$\infty$	24	$\infty$	$\infty$
組合標準 不確定度	0.01046152			
有效自由度	26			
擴充係數 $k$	2.06			
擴充不確定度 $U$	0.0215459			

附表 5 管制圖實驗數據

實驗室建置前管制數據收集資訊如下：

期間：95 年 7 月~8 月

數據：25 組

(1) 平均值管制圖管制界限計算如下：

25 組資料平均數之平均值

$$\bar{d} = \frac{\sum_{m=1}^{25} \bar{d}_m}{25} = 0.028265 \text{ (kg)}$$

$$S_C = 0.007706 \text{ (kg)}$$

平均值管制圖管制上限：

$$U_{CL}(\bar{d}) = \bar{d} + 2 \times S_C = 0.028265 + 0.007706 \times 2 = 0.043678 \text{ (kg)}$$

平均值管制圖管制下限：

$$L_{CL}(\bar{d}) = \bar{d} - 2 \times S_C = 0.028265 - 0.007706 \times 2 = 0.012853 \text{ (kg)}$$

(2) 標準差管制圖管制界限計算如下：

標準差管制圖之界限參數

$$S_p = \sqrt{\frac{\sum_{m=1}^{25} S_{Cm}^2}{25}} = 0.015999 \text{ (kg)}$$

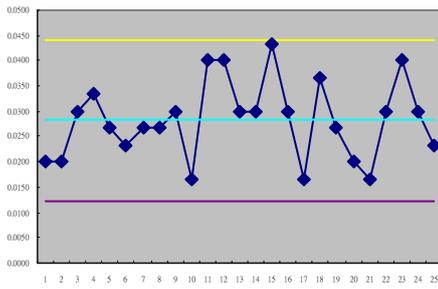
標準差管制圖管制上限：

$$U_{CL}(s_p) = S_p \sqrt{F_{\alpha}(v_i, v)} = S_p \sqrt{F_{0.05}(3-1, (3-1) \times 25)} = 0.028541 \text{ (kg)}$$

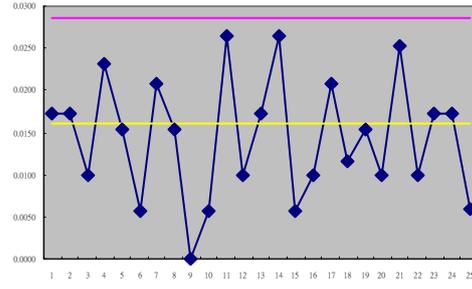
$\nu_i$  為各組資料之自由度，總自由度  $\nu = \nu_1 + \nu_2 + \dots + \nu_m$

實驗室建置前量測數據及管制界線

	25 組量測之平均數及標準差		平均值管制圖				標準差管制圖	
	平均數	標準差	平均數之標準差	管制上限	平均數之平均值	管制下限	界限參數	管制上限
項次	$\bar{d}_m$	$S_{ci}$	$S_C$	$U_{CL}(\bar{d})$	$\bar{\bar{d}}$	$L_{CL}(\bar{d})$	$S_p$	$U_{CL}(S_p)$
1	0.0200	0.0173	0.007706	0.043678	0.028265	0.012853	0.015999	0.028541
2	0.0200	0.0173						
3	0.0300	0.0100						
4	0.0333	0.0231						
5	0.0267	0.0153						
6	0.0233	0.0058						
7	0.0267	0.0208						
8	0.0267	0.0153						
9	0.0300	0.0000						
10	0.0167	0.0058						
11	0.0400	0.0265						
12	0.0400	0.0100						
13	0.0300	0.0173						
14	0.0300	0.0265						
15	0.0433	0.0058						
16	0.0300	0.0100						
17	0.0167	0.0208						
18	0.0367	0.0115						
19	0.0267	0.0153						
20	0.0200	0.0100						
21	0.0167	0.0252						
22	0.0300	0.0100						
23	0.0400	0.017300						
24	0.0300	0.017300						
25	0.0233	0.005800						



平均值管制圖



標準差管制圖

實驗室建置後管制數據收集資訊如下：

期間：96年1月~2月

數據：25組

(1) 平均值管制圖管制界限計算如下：

25組資料平均數之平均值

$$\bar{d} = \frac{\sum_{m=1}^{25} \bar{d}_m}{25} = 0.041067 \quad (\text{kg})$$

$$S_C = 0.007003 \quad (\text{kg})$$

平均值管制圖管制上限：

$$U_{CL}(\bar{d}) = \bar{d} + 2 \times S_C = 0.041067 + 0.007003 \times 2 = 0.055073 \quad (\text{kg})$$

平均值管制圖管制下限：

$$L_{CL}(\bar{d}) = \bar{d} - 2 \times S_C = 0.041067 - 0.007003 \times 2 = 0.027060 \quad (\text{kg})$$

(2) 標準差管制圖管制界限計算如下：

標準差管制圖之界限參數

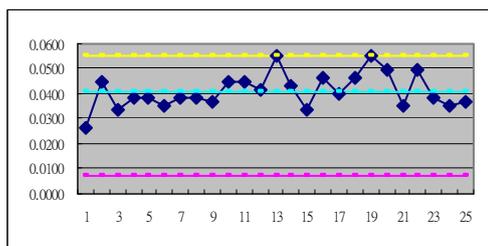
$$S_p = \sqrt{\frac{\sum_{m=1}^{25} S_{Cm}^2}{25}} = 0.005888 \quad (\text{kg})$$

標準差管制圖管制上限：

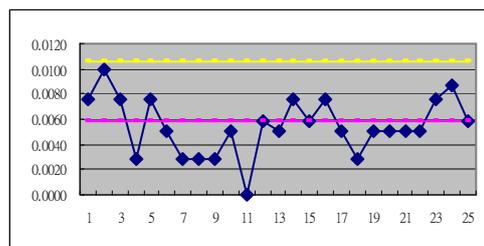
$$U_{CL}(s_p) = S_p \sqrt{F_{\alpha}(v_i, v)} = S_p \sqrt{F_{0.05}(3-1, (3-1) \times 25)} = 0.010504 \quad (\text{kg})$$

實驗室建置後量測數據及管制界線

項次	25 組量測之平均數及標準差		平均值管制圖				標準差管制圖	
	平均數	標準差	平均數之標準差	管制上限	平均數之平均值	管制下限	界限參數	管制上限
項次	$\bar{d}_m$	$S_{ci}$	$S_c$	$U_{cl}(\bar{d})$	$\bar{d}$	$L_{cl}(\bar{d})$	$S_p$	$U_{cl}(S_p)$
1	0.0267	0.0076	0.007003	0.055073	0.041067	0.027060	0.005888	0.010504
2	0.0450	0.0100						
3	0.0333	0.0076						
4	0.0383	0.0029						
5	0.0383	0.0076						
6	0.0350	0.0050						
7	0.0383	0.0029						
8	0.0383	0.0029						
9	0.0367	0.0029						
10	0.0450	0.0050						
11	0.0450	0.0000						
12	0.0417	0.0058						
13	0.0550	0.0050						
14	0.0433	0.0076						
15	0.0333	0.0058						
16	0.0467	0.0076						
17	0.0400	0.0050						
18	0.0467	0.0029						
19	0.0550	0.0050						
20	0.0500	0.0050						
21	0.0350	0.0050						
22	0.0500	0.0050						
23	0.0383	0.0076						
24	0.0350	0.0087						
25	0.0367	0.0058						



平均值管制圖



標準差管制圖