



經濟部標準檢驗局新竹分局 102 年度

自行研究計畫

102HCBSMI-05

# 膜式氣量計檢定比對研究

經濟部標準檢驗局新竹分局第五課 編印

中華民國 102 年 12 月 31 日

經濟部標準檢驗局新竹分局 102 年度研究報告提要表		填表人：洪永澤 填表日期：102 年 12 月 21 日	
研究報告名稱	膜式氣量計檢定比對研究		
研究單位及人員	第五課 洪永澤、曾弗如、金祖永	研究時間	自 102 年 1 月 1 日 至 102 年 11 月 30 日
報 告 內 容 提 要			
<p>一、研究緣起與目的</p> <p>目前膜式氣量計檢定業務量主要在總局第七組及本分局，其中總局第七組約檢定 140000~200000 具/年，本分局約檢定 80000~120000 具/年，另有 3 家經總局核准自行檢定業者(功兆精密股份有限公司、台灣愛知儀錶科技股份有限公司及永隆工程股份有限公司)自行檢定量約 50000~100000 具/年，而這 3 家經核准自行檢定業者皆設廠於本分局轄區。</p> <p>本分局未設置膜式氣量計檢定儀器設備，執行該器具檢定時皆以廠商自備(借用)膜式氣量計檢定設備執行臨場檢定，故在設備維護上屬被動(無自主權)狀態，執行檢定人員需具備相關設備及系統設計原理之知識能力，在借用業者設備的情況下，若遇設備系統有任何異常時要有能力(或知識)發覺並視狀況決定是否暫停檢定作業，請業者排除問題。原則上本課在派員借用設備執行臨場檢定業務前，會同總局及相關各分局人員前往現場進行評估，先確認業者自備之膜式氣量計檢定設備是否符合要求。</p> <p>以膜式氣量計檢定檢查技術規範之規定，檢定設備之標準器可以濕式標準氣量計或音速噴嘴為標準器，其中音速噴嘴的流量之穩定性較優，但其標準值修正量的計算公式較為複雜，現今可以電腦程式來執行這繁雜的計算工作。而濕式標準氣量計的優點則為計算公式簡單，數據容易讀取，但其流量的穩定性則較音速噴嘴來得差，目前國內膜式氣量計檢定數量 90 %以上是以音速噴嘴為標準器進行檢定。</p> <p>為確保執行膜式氣量計檢定之準確度，本研究擬定不同的檢定變異因子，</p>			

來探討這些因子對檢定結果準確度之影響程度如何？以提供檢定人員在臨場檢定時需注意的事項。

## 二、研究方法與過程

膜式氣量計廣泛使用於天然氣之計量，其準確性攸關買賣雙方權益。國際上原本普遍參考 OIML R 31 (Diaphragm gas meters) 建議之性能與測試方法等要求，對此項法定度量衡器，進行型式認證及檢定檢查等業務，現該文獻已改版為 OIML R 137 (Gas meters)，但現行「膜式氣量計檢定檢查技術規範」第 3 版仍以引用 OIML R 31 (Diaphragm gas meters) 為依據，至於 OIML R 31 (Diaphragm gas meters) 與 OIML R 137 (Gas meters) 之差異，可參考 98 年本課自行研究「膜式氣量計型式認證的研究」，本研究不再贅述。本分局轄內 3 家業者檢定設備所使用之標準器皆為音速噴嘴，其量測值皆追溯國家度量衡標準實驗室(流體實驗室)執行校正，故標準器可視同無異處，以探討各(3)家業者檢定系統設備、膜式氣量計之廠牌、檢定時膜式氣量計擺放位置其標準值修正量及檢定流量變化對檢定準確度的影響，利用多因子變異數分析之統計方法來分析各因子對檢定結果影響程度。

## 三、研究發現與建議

本研究發現本分局 3 家業者所持有的膜式氣量計檢定設備系統，彼此間對檢定器差的結果無顯著影響；不同流量對檢定器差結果的影響程度最為顯著；不同廠牌對檢定器差結果的影響，會因廠牌而異；擺放不同檢定位置對檢定器差結果，有不同程度的影響，尚須進一步探討原因。

說明：報告提要以 1,500 字為限，且應包括下列 3 部分：

- (一) 研究緣起與目的
- (二) 研究方法與過程
- (三) 研究發現與建議

# 目錄

一、引言	5
二、膜式氣量計演進歷史	6
三、膜式氣量計動作原理	9
四、器差檢定概述	13
五、檢定比對量測說明	16
六、檢測結果統計分析	26
七、結論	42
八、參考資料	44

# 一、引言

面對能源危機的挑戰，節能減碳儼然成為人類永續發展之必然課題，也因此，能源計量準確度的重要性日益突出。

現在，許多家庭使用液化石油氣(桶裝瓦斯)或天然氣作為瓦斯爐及熱水器之燃料，進行燒水、做飯、取暖等日常活動，由於桶裝瓦斯有運載配送及貯存安全的問題，天然氣使用戶數已漸取代液化石油氣戶數，天然氣已成為我們生活中的能源消耗品，在能源存量日漸匱乏之時代，其價格亦已成為民眾關注之焦點；目前，瓦斯(天然氣)公司將天然氣透過輸氣管路輸送而售予用戶，其間的交易計價，就是在各個用戶處安裝膜式氣量計以記錄天然氣使用量之多寡作為計量收費依據，爰膜式氣量計不僅對節能減碳，提高經濟效益有著重要影響，而且與人民生活密切相關，涉及千家萬戶之國計民生，直接影響供需雙方的經濟權益，且是天然氣(瓦斯)公司及用戶關注的焦點，故為維護公平交易，總局將膜式氣量計納為應經檢定之法定度量衡器。

依據經濟部能源局 100 年報資料顯示全台天然氣用戶數為 3,059,210 戶，公共事業單位需於每個用戶安裝膜式氣量計來作為計量收費之依據，依「膜式氣量計檢定檢查技術規範」規定，膜式氣量計檢定之有效期間為 10 年，檢定有效期間屆滿，若須繼續使用應重新申請檢定，鑑於此本局每年辦理初次檢定或重新檢定的膜式氣量計數量，平均每年在 30 萬具以上。

囿於「膜式氣量計檢定檢查技術規範」實施後，業者間對器具檢定的準確度仍有不少的質疑，膜式氣量計檢定結果的準確度，直接影響到 300 萬以上用戶的權益，故本研究不揣淺陋地對膜式氣量計比對檢定進行研究；首先概述「膜式氣量計演進歷史」，其次分別說明「膜式氣量計動作原理」、「器差檢定概述」、「檢定比對量測說明」、「檢定結果計分析」，最後以「結論」對整個研究結果作說明及評估。

## 二、膜式氣量計演進歷史

瓦斯就是通稱的煤氣。早在1600年許，比利時科學家Jan Baptista VanHelmont(1577至1644年)在乾餾木材及煤時，發現一種氣體溢出，分析其成分發現其與宇宙渾沌之初(「Khaos」希臘語即今英語「chaos」)之物質相近，於是將之命名為Geist(比利時人說的Flemish，法蘭德斯語)，後來有不少科學家在煤氣的領域有不少的研究與發現。Geist一語流傳到各地，逐漸被轉化為英語「gas」(法語「gaz」不等)日本為片假名「ガス」，台灣就直接從日語叫「瓦斯」。

膜式氣量計的問世可追溯至電燈發明前，人類普遍使用著煤氣燈進行照明，需要對煤氣的交易計價提供依據；在人們開始使用煤氣燈的初期，係按煤氣燈的使用數量及時間長短計費，直到氣量計的出現，才開始根據使用量的多寡進行計量收費之依據；現就與膜式氣量計相關之發展史，梗概彙整如下：

※18世紀末，煤用於生產民用煤氣，係為煉煤焦炭的伴生物，也可能是煤炭的乾餾出成分，或經過水與煤的加熱反應而生，也可透過合成方式產生水煤氣，。

※1792年，有煤氣工業之父稱號的英國工程師威廉·默多克(William·Murdoch)(1754至1839年)在康瓦耳郡(Cornwall)的雷德魯斯(Redruth)的家中，第1個利用煤氣燃燒之火焰製造出實用的室內照明煤氣燈。

※1801年法國巴黎由Philippe Lebon展示了第1盞煤氣路燈。

※1812年，在倫敦成立倫敦西敏煤氣與街燈公司，這家公司在倫敦街道鋪設木製管線，在1813年除夕夜點燃西敏橋(Westminster Bridge)的煤氣燈，煤氣用於倫敦街頭照明，為第1家商業化之瓦斯公司。

※1815年英國工程師塞繆爾·克萊格(Samuel Clegg)發明了水封的旋轉鼓輪式煤氣表，其體積較大，用於煤氣廠輸送煤氣的

計量。

※1819 年，克萊格的女婿馬拉姆（John Malam）對濕式氣量計作了很大的改進

※1832 年，塞繆爾·赫爾（Samuel Hill）在美國巴爾的摩市製造第 1 台水封的旋轉鼓輪式家用煤氣表。

※1833 年，英國的詹姆斯·博格達斯（James Pocardas）發明了膜式結構的家用燃氣表，膜的材料係浸過油的絲絹。

※1844 年，英國的曼·克羅爾（Messrs Croll）和理查德（Richards）製造了 2 個圓形皮膜和 2 個相應滑動氣閥的煤氣表。

※若干年後，英國的托馬斯·格羅浮（Thomas Glover）發展為現在普遍使用的家用膜式燃氣表。

※1857年在東方的日本(安正4年)第1次出現煤氣燈，在薩摩藩主津齊彬宮邸內庭院之膳燈座使用瓦斯點燃。

※1874年(明治7年)神戶瓦斯公司、東京瓦斯公司成立，為日本瓦斯事業之開端。當時這些瓦斯公司主要還是供應街道照明用的瓦斯。

※1897年(明治30年)大阪瓦斯公司成立，瓦斯才開始在照明以外做為家庭中暖房、烹煮、沐浴用燃料及商業用途。

台灣於 1910 年代瓦斯燃料的使用才開始於台北城內發展起來，初期由民間業者組成台灣瓦斯株式會社共同經營。

1919 年（大正 8 年）總督府鑑於瓦斯事業統一管理需要，遂而加入投資經營。

1911（明治 44）年，台灣瓦斯株式會社位於台北城內撫台街二丁目四十二番地成立，預定資本額 100 萬圓，一天最大製造能力可達 120,000 立方呎，其成立代表著台灣邁入瓦斯燃料使用的時代。

瓦斯表燈數計算方式：

在使用初期煤氣當街道照明時一個計量器流過的瓦斯量可以點亮幾盞路燈的概略方式來定義瓦斯計量表的大小。100多年下來，使

用幾盞燈表來計量煤氣使用量，仍然為今日計量天然氣的慣例。

現在台灣地區已無煤氣存在，而改用天然氣了，但大家還是習慣稱天然氣為瓦斯，瓦斯燈表制也一直存在天然瓦斯事業的營業規程及能源主管機構的法規中。經濟部能源局發布：天然瓦斯從民國95年1月1日起取消基本度數，改收基本費，其公告就說明燈制係指每小時天然氣流量，例如3燈即表示每小時天然氣流量為3立方公尺，5燈即表示每小時天然氣流量為5立方公尺，依此類推。



### 三、膜式氣量計動作原理

膜式氣量計由於結構不同而存在不少類型，但其基本動作原理卻相同：其內裝有柔性薄膜，每一薄膜的兩側各形成容積恆定的計量室；當給予氣量計進出口必要的壓力差而使燃氣進入一個計量室，並推動薄膜而使其膨脹，待充滿燃氣後，由計量室上方之滑閥切換氣流流向而排出；如此，透過滑閥使計量室與氣量計的進口和出口交替接通，並帶動連桿機構而將充氣排氣的循環次數轉換成相應的體積量，傳遞到計數指示裝置，燃氣通過量就被累計下來。將膜式氣量計各零件分解其結構示意如下：

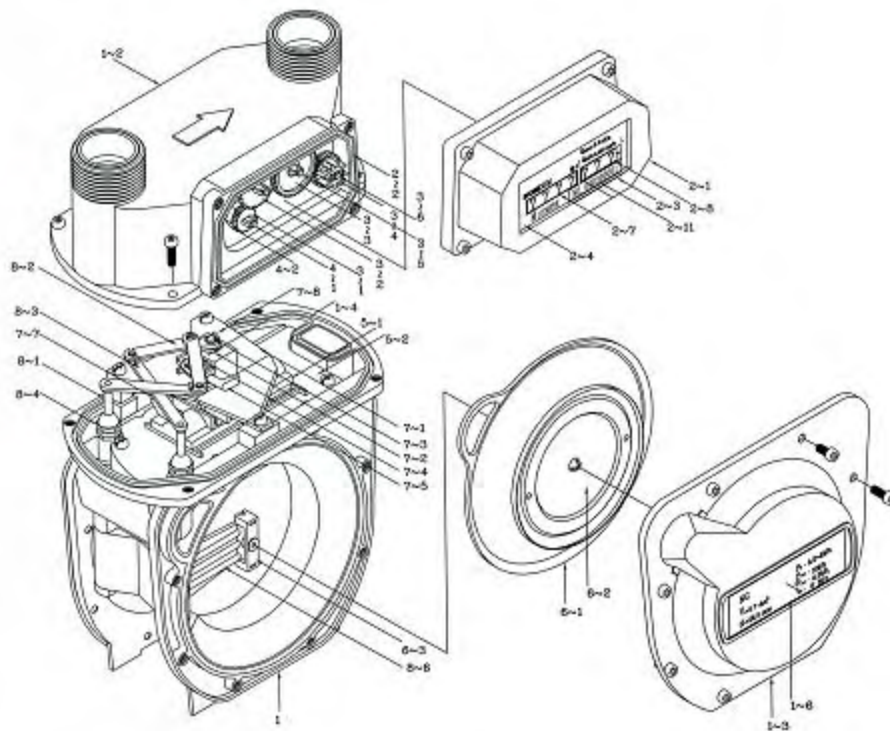
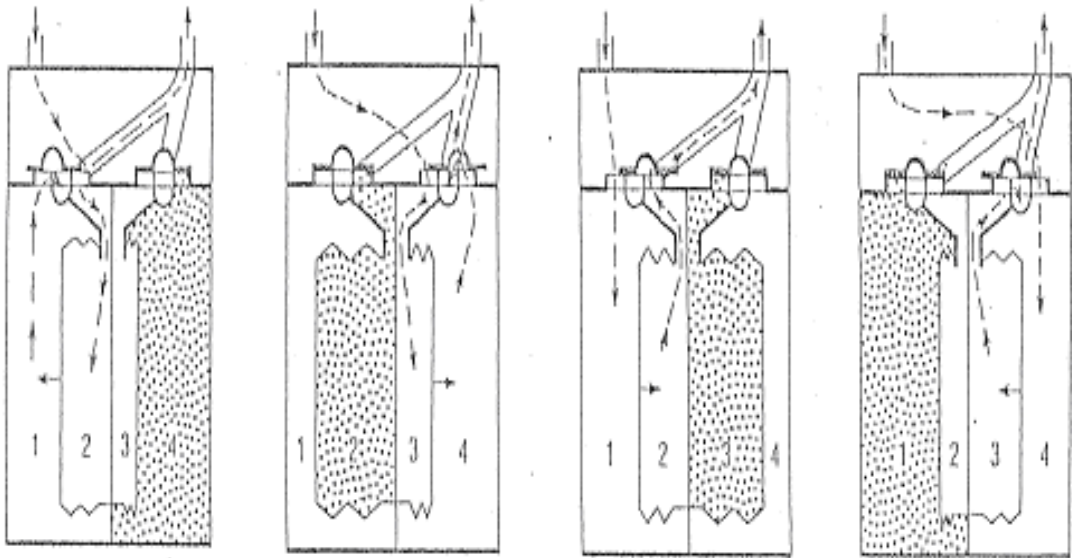


圖 1 膜式氣量計結構示意圖(來自參考資料 10)

簡單地說，當給予氣量計進出口必要的壓力差，而使燃氣一次次地充滿氣量計之計量室再排出，再加上計量室的體積是確定的；所以，只要透過傳動機構與計數器連接，測得薄膜的轉動次數，就可獲知通過氣量計的燃氣體積之累計值。

膜式氣量計工作原理及動作示意圖如下：



1室正在排空  
2室正在填充  
3室剛排空  
4室剛填滿

1室剛排空  
2室剛填滿  
3室正在填充  
4室正在排空

1室正在填充  
2室正在排空  
3室剛填滿  
4室剛排空

1室剛填滿  
2室剛排空  
3室正在排空  
4室正在填充

圖 2 膜式氣量計工作原理(來自參考資料 11)

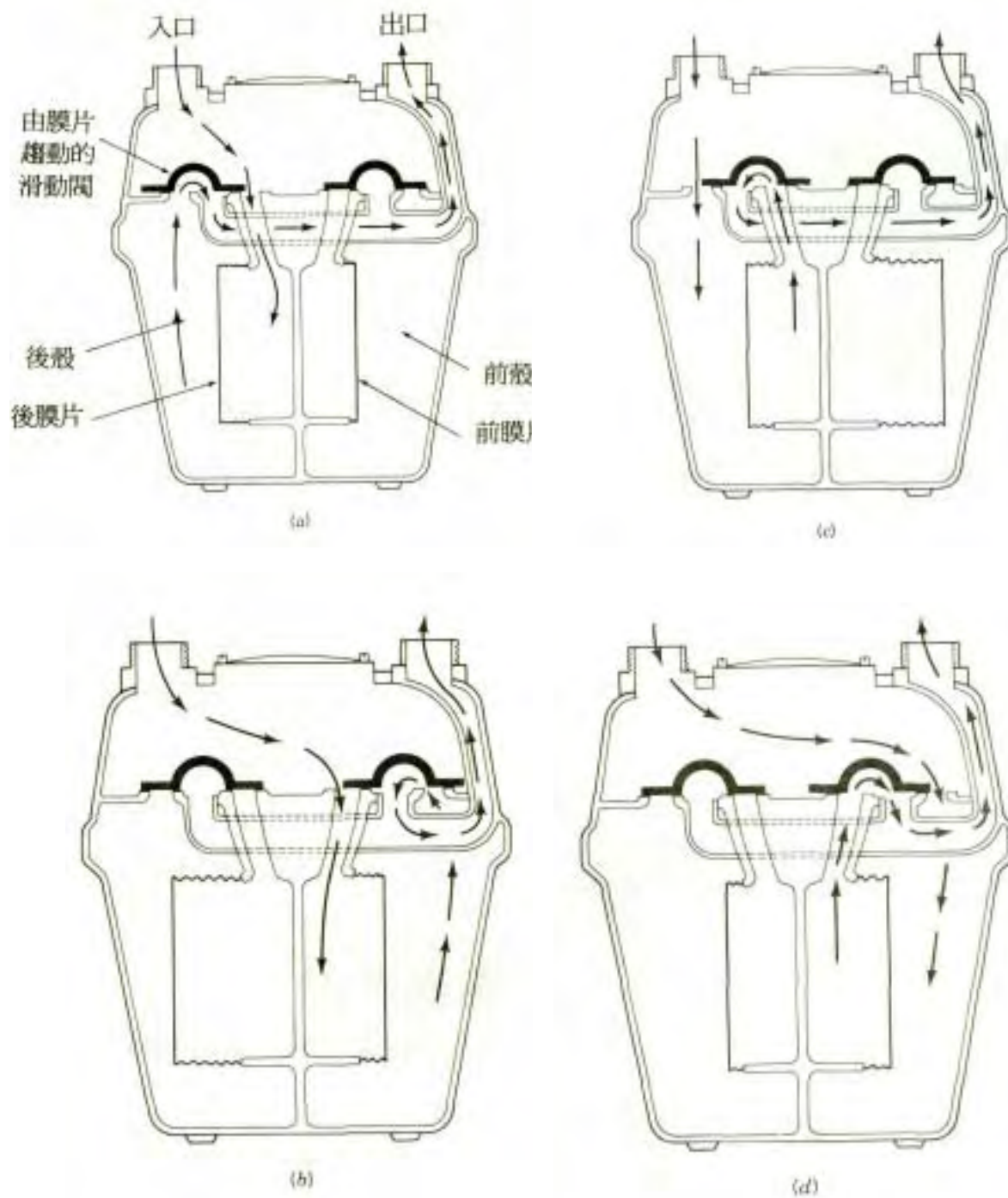


圖 3 膜式氣量計動作示意圖(來自參考資料 10)

概略地瞭解膜式氣量計的誤差特性曲線，將有助於我們增加對膜式氣量計的認識，爰簡述如下：

膜式氣量計屬於容積式流量計(又稱為定排量流量計(positive displacement flowmeter))，係根據流體充滿計量室的次數再排出

而獲得其累計流量，亦即，累計流量=循環體積×次數；所以，理想上，累計流量應與流體性質、流動狀態及流量無關；亦即，容積式流量計的誤差曲線（y 軸：相對誤差(E)；x 軸：流量( $Q_v$ )）應是與流量無關的水平線。

然而，在實際對容積式流量計進行器差測試時，所得結果並非如水平線，而是如下圖的曲線 2：

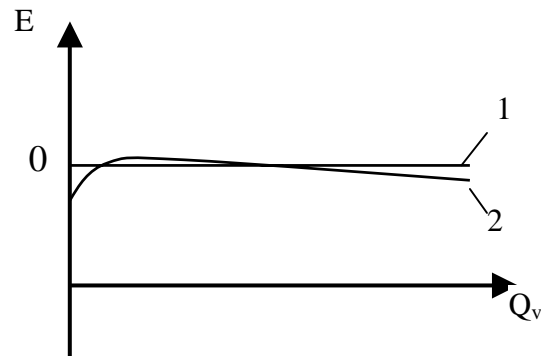


圖 4 誤差特性曲線圖

實際誤差曲線並非與流量無關的水平線，其主要原因係漏流（滑流或間隙流）的影響；所謂漏流係未經計量室計量而流過計量室的流動，亦即未在流量計示值顯現的流動；漏流越大，容積式流量計誤差越大。

容積式流量計產生漏流的原因，係因量測元件與殼體所構成的計量室不能完全密封，否則流量計即無法動作，故而會有間隙而引起漏流。

更進一步地，實際誤差曲線可敘述如后：

- 當流量很小時，量測元件尚未動作，所有通過流量計的流體幾乎都是漏流的結果，流量計示值趨於零，器差為負（器差=器示值-標準值）。
- 隨著流量的增加，漏流量佔流量的比例漸小，器差向正方向移動。
- 當流量增加到某個程度，漏流量佔流量的比例已變得很小，器差逐漸變為常數。
- 當漏流增加速度比流量快時，此即器差曲線在流量較大時會朝負方向傾斜。

由前述實際誤差曲線可知，容積式流量計的誤差隨流量而變，所以，需對不同的流量進行器差測試。

## 四、器差檢定概述

器差檢定是檢測器具的器示值與標準值間之差值，一般由試驗方法可區分為比較法及體積法，其中比較法又可分為容積計量法(標準濕式氣量計、回轉子式氣量計、旋轉式氣量計及渦流式氣量計)及音速噴嘴法；體積法為體積管法(鐘罩式 Prover 及 Piston Prover)。如表 1。

表 1 基準器介紹(依試驗方法區分)

試驗方法		基準器
比較法	容積計量法	標準濕式氣量計
		回轉子式氣量計
		旋轉式氣量計
		渦流式氣量計
	音速噴嘴法	音速噴嘴
體積法	體積管法	鐘罩式(Bell)Prover
		Piston Prover

目前國內執行膜式氣量計器差檢定均係採用比較法，即將標準流量計與受測氣量計串聯於管道中，流過標準流量計的質量流量等於流過受測氣量計的質量流量；另外，國內目前採用的標準器有濕式氣體流量計及臨界流文丘利(Venturi)噴嘴流量計(音速噴嘴)。

### (一)音速噴嘴：

當流體在一截面均勻且內有節流裝置(孔板、噴嘴和文丘利管等)的水平管內穩定流動(任一點處流體粒子速度不隨時間改變，惟不同點間的流體速度可能不同)時，根據質量守恆定律(law of conservation of mass)；沒有流體被產生、堆積或消滅，其質量不變由連續方程式(equation of continuity)可知，任意時間內進入管中的流體和離開管的流體之質量相同，即單位時間內任一截面所通過的流體質量相同，流管截面積愈小處的流速愈大，反之則流速愈小，故在節流裝置的流速較大，動能較大；另依據能量守恆定律(law of conservation of energy)及伯努利方程式(Bernoulli's equation)，動能增加，壓力減少；綜上，當流體流過節流裝置時，

由於流通截面積縮小而使流速增大、動能增大，壓力減少而在其前後產生壓差，且此壓差與流量成函數關係，爰可透過量測壓差而獲知流量；前述即為差壓式流量計的動作原理。

臨界流流量計實際上是差壓式流量計的一種特例；臨界流文丘利噴嘴是個孔徑逐漸減小的流道，孔徑最小之部分稱為喉部，在喉部（throat）後面有孔徑逐漸擴大的流道（錐形擴散段）；當氣體通過臨界流噴嘴喉部，若噴嘴上流滯止壓力（stagnation pressure；流動氣體以等熵過程達到靜止狀態時所存在的氣體壓力）不變，減小噴嘴（出口）壓力  $P_1$  或增加噴嘴（入口）壓力  $P_0$ （即減少壓力比  $P_1/P_0$ ），則流過噴嘴的氣體流量將增加，當壓力小到臨界壓力比（ $P_1/P_0$ ） $c$ （critical pressure ratio；流經噴嘴的氣體質量流量為最大值時，噴嘴喉部處靜壓與滯止壓力之比），氣體流量達到最大（音速）；此時再降低  $P_1$  或增加  $P_0$ ，即降低  $(P_1/P_0)$ ，流量仍保持不變。

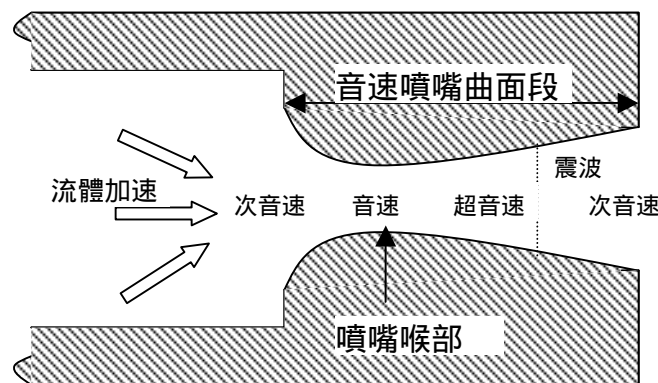


圖 5 音速噴嘴剖面示意圖

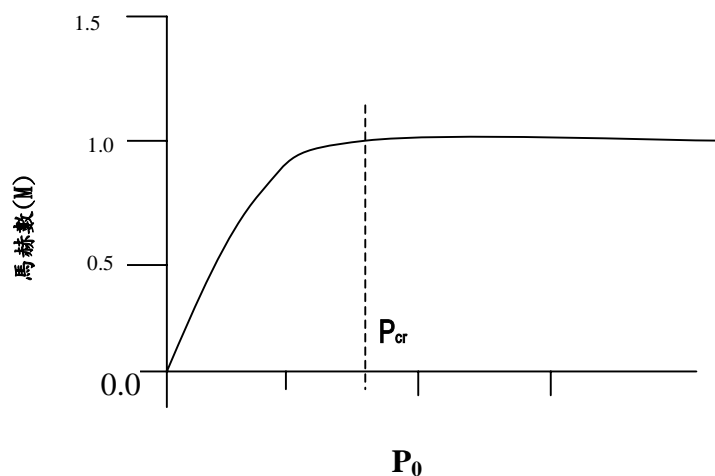


圖 6 音速噴嘴馬赫數( $M$ )與音速噴嘴上流壓力( $P_0$ )之關係

以臨界流文丘利噴嘴作為標準器時，其器差之計算公式可敘述如下：

$$(V_s) = \frac{C_d \times A^* \times C^* \times P_0 \times t}{\sqrt{RT_0/M \times \rho(T_m, P_m)}}$$

(公式 1)

$V_s$ ：標準器標準值。

$C_d$ ：臨界流文丘利噴嘴流量係數（由校正報告獲得）。

$A^*$ ：臨界流文丘利噴嘴喉部面積（單位： $m^2$ ；孔徑最小處）。

$C^*$ ：臨界流文丘利噴嘴臨界流函數。

$P_0$ ：臨界流文丘利噴嘴上游靜滯壓力（絕對壓力，單位：Pa）。

$t$ ：檢定收集時間。

$\bar{R}$ ：萬有氣體常數（摩爾氣體常數； $8314.41 \text{ J (kmol K)}^{-1}$ ）。

$T_0$ ：臨界流文丘利噴嘴上游靜滯溫度（熱力學溫度，單位：K）。

$M$ ：空氣分子量（kg/kmol）。

$\rho(T_m, P_m)$ ：受檢氣量計溫度及壓力狀態下之空氣密度（ $kg/m^3$ ）。

## (二) 濕式氣體流量計：

可直接量測流經標準器與待檢膜式氣量計之流量及相對的溫度及壓力，依質量守恆定律（law of conservation of mass）及伯努利方程式（Bernoulli's equation）即可依濕式氣體流量計之量測值修正標準值與待檢膜式氣量之器示值比較。即可算出器差。

若以濕式標準氣量計作為標準器時，標準器標準值

$$((V_s) = V_{WG} \times CF(Q) \times C_T \times C_P$$

(公式 2)

$V_s$ ：標準器標準值。

$V_{WG}$ ：標準氣量計之體積量。

$CF(Q)$ ：標準氣量計之器差修正函數。

$C_T$ ：標準氣量計與氣量計間溫度修正量。

$C_P$ ：標準氣量計與氣量計壓力修正量。

氣量計之器差應以相對值的比率表示（以百分率表示），即通過氣量計之空氣體積的顯示值與標準器標準值之差除以標準器標準值所得的比率計算之；當氣量計無溫度補正時，其標準器標準值之參考狀態為氣量計入口絕對壓力及出口溫度。若氣量計有溫度補正時，其標準器標準值之參考狀態為氣量計入口絕對壓力及基準溫度。

$$\text{器差}\% = \frac{\text{氣量計顯示值}(V_m) - \text{標準器標準值}(V_s)}{\text{標準器標準值}(V_s)} \times 100\%$$



## 五、檢定比對量測說明：

### (一)變異因子的決定：

經多次小組會議探討決定變異因子有：不同檢定設備系統、不同器具廠牌、不同檢定流量、不同的檢定位置，經由數次的隨機測試蒐集數據，再以多因子變異數分析的統計方法來分析數據，判定各因子是否對檢定結果有顯著影響。

- 1.不同檢定設備系統：決定以分局轄內 3 家經核准自行檢定業者之檢定設備系統有：功兆精密股份有限公司、台灣愛知儀錶科技股份有限公司及永隆工程股份有限公司之 3 套不同檢定設備系統。
- 2.不同器具廠牌：配合 3 家檢定設備系統皆可測試，膜式氣量計選用最大流量為  $6 \text{ m}^3/\text{h}$  之 N 型表，廠牌分別為愛知(本分局所有)及東洋(向總局第七組借用)2 家不同器具廠牌。
- 3.不同檢定流量：檢定流量選用膜式氣量計檢定檢查技術規範中之檢定流量  $Q_{\max}$  及  $0.2Q_{\max}$ ，以選用最大流量為  $6 \text{ m}^3/\text{h}$  之膜式氣量計，即表示檢定流量為  $6 \text{ m}^3/\text{h}$  及  $1.2 \text{ m}^3/\text{h}$  之 2 個不同檢定流量。
- 4.不同的檢定位置：於檢定設備系統中選用 2 個固定不同位置，膜式氣量計以互換調動方式安裝於檢定設備系統中之不同位置測試器差(原則上選用檢定設備系統中位置順序第 1 檢定位及位置順序第 10 檢定位，因為兩位置距離最遠，可能差異最大)。

### (二)資料的統計與分析

若有  $K$  個常態分配母體資料，欲比較此  $K$  個母體的母體平均數(,  $I=1, 2, \dots, K$ )是否相等或因子對依變數是否有影響時，當  $K \geq 3$ ，適用統計上之「變異數分析」進行檢定，也就是說變異數分析是用於檢定三個或三個以上的母體平均數是否相等，或檢定因子對依變數是否有影響的統計方法。

- 1、變異數分析 (Analysis of Variance; ANOVA)：是一種統計分析的方法，係將一組資料所發生的總變異，依可能發生變異的來源分割為數個部分，每一個部分均可歸因於某原因(即變異來源)；

測度這些不同的來源，可了解各種變異是否有顯著的差異；若有差異，則表示某一變異來源對資料具有顯著的影響作用，否則便無影響作用。

- 2、**實驗設計** (Experimental Design)：在本實際的決策過程中，我們面臨如下的問題：比較 2 個位置上的檢定的差異、比較 3 個實驗室檢定的差異、比較 2 種廠牌氣量計及 2 種不同流量的檢定的差異，對於這類問題，我們必須進行實驗，搜集資料，然後利用統計分析導出結論。這種搜集資料的方式，稱之為實驗設計。
- 3、**實驗單位** (Experimental Unit)：即實驗設計中所衡量的基本單位。
- 4、**因子** (Factor)：在不同條件下衡量實驗單位的觀察值，這些不同的條件即為所謂之“因子”。
- 5、**水準** (Level)：各因子之不同表現程度即為“水準”。
- 6、**處理方式** (Treatment)：不同因子的某種特定水準組合稱為“處理方式”。
- 7、**離差** (Deviation)：任一觀察值與其平均數的差，即 $(x_i - \bar{X})$ 。
- 8、**變異** (Variation)：離差的平方，即 $(x_i - \bar{X})^2$ ；若將所有變異加總，即構成“離差的平方和 (Sum of Square for Deviation)”，以“SS”表示之。
- 9、**變異數** (Variance)：離差的平方和 (SS) 除以自由度謂之。例如樣本變異數  $S^2 = \sum (x_i - \bar{X})^2 / n - 1$

因本實驗設計是針對位置、實驗室、廠牌及流量等四個因子，對於氣量計器差檢定結果是否有影響，因此適用統計上之「變異數分析」進行檢定，為方便說明，以下謹將四因子變異數分析檢定過程進行推導。

### (三) 四因子模式的分析

#### 1、模式的建立與分析

設 A, B, C, D 四因子分別各有 a, b, c, d 個水準。若  $y_{ijklm}$  表示因子

A 在第  $i$  水準 ( $i=1, 2, 3, \dots, a$ )，因子 B 在第  $j$  水準 ( $j=1, 2, 3, \dots, b$ )，因子 C 在第  $k$  ( $k=1, 2, 3, \dots, c$ ) 水準)，因子 D 在第  $l$  水準 ( $l=1, 2, 3, \dots, d$ ) 的第  $m$  個觀察值， $\mu_{ijkl}$  表示因子 A 的  $i$  水準，因子 B 的  $j$  水準，因子 C 的  $k$  水準，因子 D 的  $l$  水準所組成處理均值，在固定效果模式下， $y_{ijklm}$  可視為由第  $(i, j, k, l)$  母體抽出的樣本，而可表示成：

$$y_{ijklm} = \mu_{ijkl} + \varepsilon_{ijklm}$$

將  $\mu_{ijkl}$  表示為各個因子效果的加總，則四因子固定效果模型為

$$y_{ijklm} = \mu + \alpha_i + \beta_j + \gamma_k + \lambda_l + (\alpha\beta)_{ij} + (\alpha\gamma)_{ik} + (\alpha\lambda)_{il} + (\beta\gamma)_{jk} + (\beta\lambda)_{jl} + (\gamma\lambda)_{kl} + (\alpha\beta\gamma)_{ijk} + (\alpha\beta\lambda)_{ijl} + (\alpha\gamma\lambda)_{ikl} + (\beta\gamma\lambda)_{jkl} + (\alpha\beta\gamma\lambda)_{ijkl} + \varepsilon_{ijklm}$$

$$i=1, 2, 3, \dots, a; \quad j=1, 2, 3, \dots, b; \quad k=1, 2, 3, \dots, c;$$

$$l=1, 2, 3, \dots, d; \quad m=1, 2, 3, \dots, n$$

其中  $\mu$  為總平均值一常數

$\alpha_i = \mu_{i...} - \mu$  表示因子 A 在第  $i$  水準時的主效果， $i=1, 2, 3, \dots, a$

$\beta_j = \mu_{.j..} - \mu$  表示因子 B 在第  $j$  水準時的主效果， $j=1, 2, 3, \dots, b$

$\gamma_k = \mu_{...k.} - \mu$  表示因子 C 在第  $k$  水準時的主效果， $k=1, 2, 3, \dots, c$

$\lambda_l = \mu_{...l} - \mu$  表示因子 D 在第  $l$  水準時的主效果， $l=1, 2, 3, \dots, d$

$(\alpha\beta)_{ij} = \mu_{ij..} - \mu_{i...} - \mu_{.j..} + \mu$  表示因子 A 在第  $i$  水準與因子 B 在第  $j$  水準時的交互作用效果。

$(\alpha\gamma)_{ik} = \mu_{i.k.} - \mu_{i...} - \mu_{...k.} + \mu$  表示因子 A 在第  $i$  水準與因子 C 在第  $k$  水準時的交互作用效果。

$(\alpha\lambda)_{il} = \mu_{i...l} - \mu_{i...} - \mu_{...l} + \mu$  表示因子 A 在第  $i$  水準與因子 D 在第  $l$  水準時的交互作用效果。

$(\beta\gamma)_{jk} = \mu_{.jk.} - \mu_{.j..} - \mu_{...k.} + \mu$  表示因子 B 在第  $j$  水準與因子 C 在第  $k$  水準時的交互作用效果。

$(\beta\lambda)_{jl} = \mu_{.j.l} - \mu_{.j..} - \mu_{...l} + \mu$  表示因子 B 在第  $j$  水準與因子 D 在第  $l$  水準時的交互作用效果。

$(\gamma\lambda)_{kl} = \mu_{...kl} - \mu_{...k.} - \mu_{...l} + \mu$  表示因子 C 在第  $k$  水準與因子 D 在第  $l$  水準時的交互作用效果。

$(\alpha\beta\gamma)_{ijk} = \mu_{ijk\cdot} - \mu_{ij\cdot\cdot} - \mu_{i\cdot k\cdot} - \mu_{\cdot jk\cdot} - \mu_{i\cdot\cdot\cdot} - \mu_{\cdot j\cdot\cdot} - \mu_{\cdot\cdot k\cdot} + \mu$  表示因子 A 在第 i 水準，因子 B 的第 j 水準，因子 C 的第 k 水準時的交互作用效果。

$(\alpha\beta\lambda)_{ijl} = \mu_{ij\cdot l} - \mu_{ij\cdot\cdot} - \mu_{i\cdot\cdot l} - \mu_{\cdot j\cdot l} - \mu_{i\cdot\cdot\cdot} - \mu_{\cdot j\cdot\cdot} - \mu_{\cdot\cdot\cdot l} + \mu$  表示因子 A 在第 i 水準，因子 B 的第 j 水準，因子 D 的第 l 水準時的交互作用效果。

$(\alpha\gamma\lambda)_{ikl} = \mu_{ijk\cdot} - \mu_{ij\cdot\cdot} - \mu_{i\cdot k\cdot} - \mu_{\cdot jk\cdot} - \mu_{i\cdot\cdot\cdot} - \mu_{\cdot\cdot k\cdot} - \mu_{\cdot\cdot\cdot l} + \mu$  表示因子 A 在第 i 水準，因子 B 的第 j 水準，因子 D 的第 l 水準時的交互作用效果。

$(\beta\gamma\lambda)_{jkl} = \mu_{\cdot jkl} - \mu_{\cdot jk\cdot} - \mu_{\cdot j\cdot l} - \mu_{\cdot\cdot kl} - \mu_{\cdot j\cdot\cdot} - \mu_{\cdot\cdot k\cdot} - \mu_{\cdot\cdot\cdot l} + \mu$  表示因子 B 在第 j 水準，因子 C 的第 k 水準，因子 D 的第 l 水準時的交互作用效果。

$(\alpha\beta\gamma\lambda)_{ijkl} = \mu_{ijkl} - \mu_{ijk\cdot} - \mu_{ij\cdot l} - \mu_{i\cdot kl} - \mu_{\cdot jkl} - \mu_{ij\cdot\cdot} - \mu_{i\cdot k\cdot} - \mu_{i\cdot\cdot l} - \mu_{\cdot jk\cdot} - \mu_{\cdot j\cdot l} - \mu_{\cdot\cdot kl} - \mu_{i\cdot\cdot\cdot} - \mu_{\cdot j\cdot\cdot} - \mu_{\cdot\cdot k\cdot} - \mu_{\cdot\cdot\cdot l} + \mu$  表示因子 A 在第 i 水準，因子 B 在第 j 水準，因子 C 的第 k 水準，因子 D 的第 l 水準時的交互作用效果。

$\varepsilon_{ijklm}$  = 因子 A 在第 i 水準，因子 B 在第 j 水準，因子 C 的第 k 水準，因子 D 的第 l 水準時，第 m 個觀測值的隨機誤差。

而以上所有參數都必需滿足以下限制式

$$\sum_{i=1}^a \alpha_i = \sum_{j=1}^b \beta_j = \sum_{k=1}^c \gamma_k = \sum_{l=1}^d \lambda_l = 0$$

$$\sum_{i=1}^a \alpha\beta_{ij} = \sum_{j=1}^b \alpha\beta_{ij} = \sum_{i=1}^a \alpha\gamma_{ik} = \sum_{k=1}^c \alpha\gamma_{ik} = \sum_{i=1}^a \alpha\lambda_{il} = \sum_{l=1}^d \alpha\lambda_{il} = 0$$

$$\sum_{j=1}^b \beta\gamma_{jk} = \sum_{k=1}^c \beta\gamma_{jk} = \sum_{j=1}^b \beta\lambda_{jl} = \sum_{l=1}^d \beta\lambda_{jl} = \sum_{c=1}^k \gamma\lambda_{il} = \sum_{l=1}^d \gamma\lambda_{il} = 0$$

$$\sum_{i=1}^a \alpha\beta\gamma_{ijk} = \sum_{j=1}^b \alpha\beta\gamma_{ijk} = \sum_{k=1}^c \alpha\beta\gamma_{ijk} = \sum_{i=1}^a \alpha\gamma\lambda_{ikl} = \sum_{j=1}^b \alpha\gamma\lambda_{ikl} = \sum_{k=1}^c \alpha\gamma\lambda_{ikl} = 0$$

$$\sum_{i=1}^a \alpha\gamma\lambda_{ijl} = \sum_{j=1}^b \alpha\gamma\lambda_{ijl} = \sum_{k=1}^c \alpha\beta\lambda_{ijl} = \sum_{i=1}^a \beta\gamma\lambda_{jkl} = \sum_{j=1}^b \beta\gamma\lambda_{jkl} = \sum_{k=1}^c \beta\gamma\lambda_{jkl} = 0$$

$$\sum_{i=1}^a \alpha\beta\gamma\lambda_{ijkl} = \sum_{j=1}^b \alpha\beta\gamma\lambda_{ijkl} = \sum_{k=1}^c \alpha\beta\gamma\lambda_{ijkl} = \sum_{l=1}^d \alpha\beta\gamma\lambda_{ijkl} = 0$$

## 基本假設

(1)  $\varepsilon_{ijklm} \sim N(0, \sigma^2)$ 。

(2)  $\varepsilon_{ijklm}$  互相獨立。

$i=1,2,3,\dots,a; j=1,2,3,\dots,b; k=1,2,3,\dots,c; l=1,2,3,\dots,d; m=1,2,3,\dots,n$ 。

(3) 變異數齊一性 (所有因子的母體變異數皆為  $\sigma^2$ )。

(4)  $y_{ijklm} \sim N(\mu_{ijkl}, \sigma^2)$

## 2、檢定步驟

### (1) 總變異的分割

總變異(SST)與各因子的變異來源關係可以用以下方程式來表示：

$$\begin{aligned} SST = & SS_A + SS_B + SS_C + SS_D + SS_{A*B} + SS_{A*C} + SS_{A*D} + SS_{B*C} + SS_{B*D} \\ & + SS_{C*D} + SS_{A*B*C} + SS_{A*B*D} + SS_{A*C*D} + SS_{B*C*D} + SS_{A*B*C*D} \\ & + SSE \end{aligned}$$

即表示總變異(SST)來源是由各因子的變異、交互作用變異及誤差(SSE)組合而成，各部分變異簡捷法計算公式如下：

$$\text{總變異 SST} = \sum_{i=1}^a \sum_{j=1}^b \sum_{k=1}^c \sum_{l=1}^d \sum_{m=1}^e y_{ijklm}^2 - \frac{y_{\dots}^2}{abcdn}$$

各因子變異簡捷法計算公式如下：

$$SS_A = \sum_{i=1}^a \frac{Y_{i\dots}^2}{nbcd} - \frac{y_{\dots}^2}{abcdn} \quad SS_B = \sum_{j=1}^b \frac{Y_{\cdot j\dots}^2}{nacd} - \frac{y_{\dots}^2}{abcdn}$$

$$SS_C = \sum_{k=1}^c \frac{Y_{\dots k\dots}^2}{nabd} - \frac{y_{\dots}^2}{abcdn} \quad SS_D = \sum_{l=1}^d \frac{Y_{\dots \cdot l}^2}{nabc} - \frac{y_{\dots}^2}{abcdn}$$

再過來計算各因子間交互作用變異，要注意的是先計算出交互作用的均方值，再減掉重複計算的因子變異或交互作用變異，各因子間交互作用變異簡捷法計算公式如下：

$$SS_{A*B} = \sum_{i=1}^a \sum_{j=1}^b \frac{y_{ij\cdots}^2}{ncd} - \frac{y^2}{abcdn} - SS_A - SS_B$$

$$SS_{A*C} = \sum_{j=1}^b \sum_{k=1}^c \frac{y_{i\cdot k\cdots}^2}{nbd} - \frac{y^2}{abcdn} - SS_A - SS_C$$

$$SS_{A*D} = \sum_{i=1}^a \sum_{l=1}^d \frac{y_{i\cdots l}^2}{nbc} - \frac{y^2}{abcdn} - SS_A - SS_D$$

$$SS_{B*C} = \sum_{j=1}^b \sum_{k=1}^c \frac{y_{\cdot jk\cdots}^2}{nad} - \frac{y^2}{abcdn} - SS_B - SS_C$$

$$SS_{B*D} = \sum_{j=1}^b \sum_{l=1}^d \frac{y_{\cdot j\cdots l}^2}{nac} - \frac{y^2}{abcdn} - SS_B - SS_D$$

$$SS_{C*D} = \sum_{k=1}^c \sum_{l=1}^d \frac{y_{\cdot\cdots jkl}^2}{nab} - \frac{y^2}{abcdn} - SS_C - SS_D$$

$$SS_{A*B*C} = \sum_{i=1}^a \sum_{j=1}^b \sum_{k=1}^c \frac{y_{ijk\cdots}^2}{nd} - \frac{y^2}{abcdn} - SS_A - SS_B - SS_C - SS_{A*B} - SS_{A*C} - SS_{B*C}$$

$$SS_{A*B*D} = \sum_{i=1}^a \sum_{j=1}^b \sum_{l=1}^d \frac{y_{ij\cdots l}^2}{nc} - \frac{y^2}{abcdn} - SS_A - SS_B - SS_D - SS_{A*B} - SS_{A*D} - SS_{B*D}$$

$$SS_{A*C*D} = \sum_{i=1}^a \sum_{k=1}^c \sum_{l=1}^d \frac{y_{i\cdots kl}^2}{nb} - \frac{y^2}{abcdn} - SS_A - SS_C - SS_D - SS_{A*C} - SS_{A*D} - SS_{C*D}$$

$$SS_{B*C*D} = \sum_{j=1}^b \sum_{k=1}^c \sum_{l=1}^d \frac{y_{\cdot jkl}^2}{na} - \frac{y^2}{abcdn} - SS_B - SS_C - SS_D - SS_{B*C} - SS_{B*D} - SS_{C*D}$$

$$SS_{A*B*C*D} = \sum_{i=1}^a \sum_{j=1}^b \sum_{k=1}^c \sum_{l=1}^d \frac{y_{ijkl}^2}{n} - \frac{y^2}{abcdn} - SS_A - SS_B - SS_C - SS_D - SS_{A*B} - SS_{A*C} - SS_{A*D} - SS_{B*C} - SS_{B*D} - SS_{C*D} - SS_{A*B*C} - SS_{A*B*D} - SS_{A*C*D} - SS_{B*C*D}$$

$$\text{誤差計算公式 } SSE = SST - \sum_{i=1}^a \sum_{j=1}^b \sum_{k=1}^c \sum_{l=1}^d \frac{y_{ijkl}^2}{n} - \frac{y^2}{abcdn}$$

(2) 建立假設

對每一個因子及各因子間交互作用分別建立兩個假設

$$H_0: \text{所有的 } x_{\eta} = 0$$

$$H_1: \text{至少有一個 } x_{\eta} \neq 0$$

設檢定水準為  $\alpha$ ，將求得檢定值  $F_0$  與  $F_{\alpha}(V_1, V_2)$  做比較，若

$F_0 \geq F_{\alpha}(V_1, V_2)$  則拒絕虛無假設， $F_0 < F_{\alpha}(V_1, V_2)$  則接受虛無假設

$H_0$ ：，其中  $F_{\alpha}(V_1, V_2)$  值可由查表得知，目前許多統計教學網站也有提供 F 分配值的查詢網頁，只需輸入  $V_1, V_2, \alpha$  就可求得所需的數值。四因子檢定公式及拒絕域推導如下表。

表2 四因子變異數分析檢定公式表

統計假設	檢定統計量	拒絕域
$H_0: \text{所有 } \alpha_i = 0$ $H_1: \text{至少有一個 } \alpha_i \neq 0$	$F_0 = \frac{MS_A}{MSE}$	$F_0 = \frac{MS_A}{MSE} \geq F_{\alpha}[a-1, abcd(n-1)]$
$H_0: \text{所有 } \beta_i = 0$ $H_1: \text{至少有一個 } \beta_i \neq 0$	$F_0 = \frac{MS_B}{MSE}$	$F_0 = \frac{MS_B}{MSE} \geq F_{\alpha}[b-1, abcd(n-1)]$
$H_0: \text{所有 } \gamma_i = 0$ $H_1: \text{至少有一個 } \gamma_i \neq 0$	$F_0 = \frac{MS_C}{MSE}$	$F_0 = \frac{MS_C}{MSE} \geq F_{\alpha}[c-1, abcd(n-1)]$
$H_0: \text{所有 } \lambda_i = 0$ $H_1: \text{至少有一個 } \lambda_i \neq 0$	$F_0 = \frac{MS_D}{MSE}$	$F_0 = \frac{MS_D}{MSE} \geq F_{\alpha}[d-1, abcd(n-1)]$
$H_0: \text{所有 } (\alpha\beta)_{ij} = 0$ $H_1: \text{至少有一個 } (\alpha\beta)_{ij} \neq 0$	$F_0 = \frac{MS_{AB}}{MSE}$	$F_0 = \frac{MS_{AB}}{MSE} \geq F_{\alpha}[(a-1)(b-1), abcd(n-1)]$
$H_0: \text{所有 } (\alpha\gamma)_{ik} = 0$ $H_1: \text{至少有一個 } (\alpha\gamma)_{ik} \neq 0$	$F_0 = \frac{MS_{AC}}{MSE}$	$F_0 = \frac{MS_{AC}}{MSE} \geq F_{\alpha}[(a-1)(c-1), abcd(n-1)]$
$H_0: \text{所有 } (\alpha\lambda)_{il} = 0$ $H_1: \text{至少有一個 } (\alpha\lambda)_{il} \neq 0$	$F_0 = \frac{MS_{AD}}{MSE}$	$F_0 = \frac{MS_{AD}}{MSE} \geq F_{\alpha}[(a-1)(d-1), abcd(n-1)]$
$H_0: \text{所有 } (\beta\gamma)_{jk} = 0$ $H_1: \text{至少有一個 } (\beta\gamma)_{jk} \neq 0$	$F_0 = \frac{MS_{BC}}{MSE}$	$F_0 = \frac{MS_{BC}}{MSE} \geq F_{\alpha}[(b-1)(c-1), abcd(n-1)]$
$H_0: \text{所有 } (\beta\lambda)_{jl} = 0$ $H_1: \text{至少有一個 } (\beta\lambda)_{jl} \neq 0$	$F_0 = \frac{MS_{BD}}{MSE}$	$F_0 = \frac{MS_{BD}}{MSE} \geq F_{\alpha}[(b-1)(d-1), abcd(n-1)]$
$H_0: \text{所有 } (\gamma\lambda)_{kl} = 0$ $H_1: \text{至少有一個 } (\gamma\lambda)_{kl} \neq 0$	$F_0 = \frac{MS_{CD}}{MSE}$	$F_0 = \frac{MS_{CD}}{MSE} \geq F_{\alpha}[(c-1)(d-1), abcd(n-1)]$

$$\begin{array}{ll}
H_0: \text{所有 } \alpha\beta\gamma \lambda_{ijk} = 0 & F_0 = \frac{MS_{ABC}}{MSE} \quad F_0 = \frac{MS_{ABC}}{MSE} \geq F_\alpha [(a-1)(b-1)(c-1), abcd(n-1)] \\
H_1: \text{至少有一個 } \alpha\beta\gamma \lambda_{ijk} \neq 0 & \\
H_0: \text{所有 } \alpha\beta\lambda \lambda_{ijl} = 0 & F_0 = \frac{MS_{ABD}}{MSE} \quad F_0 = \frac{MS_{ABD}}{MSE} \geq F_\alpha [(a-1)(b-1)(d-1), abcd(n-1)] \\
H_1: \text{至少有一個 } \alpha\beta\lambda \lambda_{ijl} \neq 0 & \\
H_0: \text{所有 } \alpha\gamma\lambda \lambda_{ikl} = 0 & F_0 = \frac{MS_{ACD}}{MSE} \quad F_0 = \frac{MS_{ACD}}{MSE} \geq F_\alpha [(a-1)(c-1)(d-1), abcd(n-1)] \\
H_1: \text{至少有一個 } \alpha\gamma\lambda \lambda_{ikl} \neq 0 & \\
H_0: \text{所有 } \beta\gamma\lambda \lambda_{jkl} = 0 & F_0 = \frac{MS_{BCD}}{MSE} \quad F_0 = \frac{MS_{BCD}}{MSE} \geq F_\alpha [(b-1)(c-1)(d-1), abcd(n-1)] \\
H_1: \text{至少有一個 } \beta\gamma\lambda \lambda_{jkl} \neq 0 &
\end{array}$$

### (3) 建立變異數分析表

將簡捷法計算所得之值填入SS欄位中，然後再除以自由度df即可求得MS值，最後將MS除以誤差(SSE)即可求得統計檢定值 $F_0$ 。

表 3 四因子變異數分析表

變異來源	SS	df	MS	$F_0$
因子 A	$SS_A$	a-1	$\frac{SS_A}{a-1}$	$\frac{MS_A}{MSE}$
因子 B	$SS_B$	b-1	$\frac{SS_B}{b-1}$	$\frac{MS_B}{MSE}$
因子 C	$SS_C$	c-1	$\frac{SS_C}{c-1}$	$\frac{MS_C}{MSE}$
因子 D	$SS_D$	d-1	$\frac{SS_D}{d-1}$	$\frac{MS_D}{MSE}$
因子 A*B	$SS_{A*B}$	(a-1)(b-1)	$\frac{SS_{A*B}}{(a-1)(b-1)}$	$\frac{MS_{A*B}}{MSE}$
因子 A*C	$SS_{A*C}$	(a-1)(c-1)	$\frac{SS_{A*C}}{(a-1)(c-1)}$	$\frac{MS_{A*C}}{MSE}$
因子 A*D	$SS_{A*D}$	(a-1)(d-1)	$\frac{SS_{A*D}}{(a-1)(d-1)}$	$\frac{MS_{A*D}}{MSE}$
因子 B*C	$SS_{B*C}$	(b-1)(c-1)	$\frac{SS_{B*C}}{(b-1)(c-1)}$	$\frac{MS_{B*C}}{MSE}$
因子 B*D	$SS_{B*D}$	(b-1)(d-1)	$\frac{SS_{B*D}}{(b-1)(d-1)}$	$\frac{MS_{B*D}}{MSE}$
因子 C*D	$SS_{C*D}$	(c-1)(d-1)	$\frac{SS_{C*D}}{(c-1)(d-1)}$	$\frac{MS_{C*D}}{MSE}$



因子 A*B*C	$SS_{A*B*C}$	$(a-1)(b-1)(c-1)$	$\frac{SS_{A*B*C}}{(a-1)(b-1)(c-1)}$	$\frac{MS_{A*B*C}}{MSE}$
因子 A*B*D	$SS_{A*B*D}$	$(a-1)(b-1)(d-1)$	$\frac{SS_{A*B*D}}{(a-1)(b-1)(d-1)}$	$\frac{MS_{A*B*D}}{MSE}$
因子 A*C*D	$SS_{A*C*D}$	$(a-1)(c-1)(d-1)$	$\frac{SS_{A*C*D}}{(a-1)(c-1)(d-1)}$	$\frac{MS_{A*C*D}}{MSE}$
因子 B*C*D	$SS_{B*C*D}$	$(b-1)(c-1)(d-1)$	$\frac{SS_{B*C*D}}{(b-1)(c-1)(d-1)}$	$\frac{MS_{B*C*D}}{MSE}$
因子 A*B*C*D	$SS_{A*B*C*D}$	$(a-1)(b-1)(c-1)(d-1)$	$\frac{SS_{A*B*C*D}}{(a-1)(b-1)(c-1)(d-1)}$	$\frac{MS_{A*B*C*D}}{MSE}$
誤差	SSE	$abcd(n-1)$	$\frac{SSE}{abcd(n-1)}$	
總和	SST	$abcdn-1$		

(四)測試時應注意事項：

1. 測試方法依「膜式氣量計檢定檢查技術範」進行檢測。
2. 測試前先檢視使用之檢定設備系統的標準器是否在追溯有效期間內，且其校正修正值是否正確。
3. 核對膜式氣量計器號，依設計測試位置安裝於檢定設備系統之相對位置上。
4. 檢視設備系統各壓力計、溫度計是否正常。
5. 調整音速噴嘴前緩衝槽壓力，以符合檢定流量要求( $Q_{max}$  及  $0.2Q_{max}$  皆需調整檢視)。
6. 檢測過程中流量切換時，會造成壓力及溫度變化，需待系統壓力及溫度皆平衡時方可開始測試(視情形調整檢定設備系統等待平衡時間)。
7. 膜式氣量計搬動、載運時，需保護良好，勿撞擊、碰撞及強烈振動。

## 六、檢測結果統計分析

兩組比較常用的 T 檢定，若 T 檢定用在於多組因子比較時會導致多重比較 (multiple comparisons) 產生問題而致使第一型錯誤 (Type one error) 的機會增高，所以本研究利用多因子變異數分析的統計方法來分析前述變異因子對檢定結果的影響。變異數分析是依靠 F-分布為機率分布的依據，利用平方和 (Sum of square) 與自由度 (Degree of freedom) 所計算的組間與組內均方 (Mean of square) 估計出 F 值，若有顯著差異則考量進行事後比較 (多重比較) (Multiple comparison)，用於探討其各組之間的差異為何。變異數分析之統計分析假設通常會依照各種模式型態不同而有差異，但廣義而言，變異數分析需有三大前提假設：

- ☆ 各組樣本背後所隱含的族群分布必須為常態分布或者是逼近常態分布。
- ☆ 各組樣本必須獨立。
- ☆ 族群的變異數必須相等。

### (一) 模式的建立與分析

首先選定置於第 1 位置及第 10 位置兩家不同廠牌氣量計，在三家實驗室的量測的器差值作分析，另位置為因子 A、實驗室為因子 B、廠牌為因子 C 及流量為因子 D，其他基本假設皆與前一節模式相同。首先將數據彙總如下表：

表 4 氣量計器差檢定資料表

實驗室(B)	功兆 j=1				愛知 j=2				永隆 j=3			
	廠牌(東洋) k=1		廠牌(愛知) k=2		廠牌(東洋) k=1		廠牌(愛知) k=2		廠牌(東洋) k=1		廠牌(愛知) k=2	
流量(D)	大流 l=1	中流 l=2	大流 l=1	中流 l=2	大流 l=1	中流 l=2	大流 l=1	中流 l=2	大流 l=1	中流 l=2	大流 l=1	中流 l=2
位置(A)1 (1) i=1	-0.41	0.37	-0.83	0.41	-0.43	0.46	-0.64	0.4	-0.41	0.49	-0.84	0.46
	-0.61	0.04	-0.88	0.38	-0.52	0.06	-0.69	0.59	-0.49	0.34	-0.86	0.58
	-0.53	0.33	-0.89	0.38	-0.43	0.48	-0.69	0.62	-0.56	0.14	-0.99	0.66
位置(A)2 (10) i=2	-0.36	0.36	-0.73	0.5	-0.25	0.56	-0.55	0.66	-0.33	0.56	-0.56	0.69
	-0.32	0.39	-0.7	0.41	-0.47	0.25	-0.74	0.58	-0.34	0.46	-1.23	0.23
	-0.39	0.15	-0.71	0.4	-0.36	0.44	-0.69	0.43	-0.26	0.51	-0.79	0.66

為了運算方便考慮因子間交互作用，將各處理及各水準的觀測值加總後可得下表：

表 5 觀察值加總計算表

		l =1	l =2	加總 l
j=1				
k=1				
i=1		-1.55 ( $y_{1111}$ )	0.74 ( $y_{1112}$ )	-0.81 ( $y_{111}$ )
i=2		-1.07 ( $y_{2111}$ )	0.9 ( $y_{2112}$ )	-0.17 ( $y_{211}$ )
		-2.62 ( $y_{\cdot 111}$ )	1.64 ( $y_{\cdot 112}$ )	-0.98 ( $y_{\cdot 11}$ )
k=2				
i=1		-2.6 ( $y_{1121}$ )	1.17 ( $y_{1122}$ )	-1.43 ( $y_{112}$ )
i=2		-2.14 ( $y_{2121}$ )	1.31 ( $y_{2122}$ )	-0.83 ( $y_{212}$ )
		-4.74 ( $y_{\cdot 121}$ )	2.48 ( $y_{\cdot 122}$ )	-2.26 ( $y_{\cdot 12}$ )
i 加總				
i=1		-4.15 ( $y_{11\cdot 1}$ )	1.91 ( $y_{11\cdot 2}$ )	-2.24 ( $y_{11\cdot}$ )
i=2		-3.21 ( $y_{21\cdot 1}$ )	2.21 ( $y_{21\cdot 2}$ )	-1 ( $y_{21\cdot}$ )
		-7.36 ( $y_{\cdot 1\cdot 1}$ )	4.12 ( $y_{\cdot 1\cdot 2}$ )	-3.24 ( $y_{\cdot 1\cdot}$ )
j=2				
k=1				
i=1		-1.38 ( $y_{1211}$ )	1 ( $y_{1212}$ )	-0.38 ( $y_{121}$ )
i=2		-1.08 ( $y_{2211}$ )	1.25 ( $y_{2212}$ )	0.17 ( $y_{221}$ )
		-2.46 ( $y_{\cdot 211}$ )	2.25 ( $y_{\cdot 212}$ )	-0.21 ( $y_{\cdot 21}$ )
k=2				
i=1		-2.02 ( $y_{1221}$ )	1.61 ( $y_{1222}$ )	-0.41 ( $y_{122}$ )
i=2		-1.98 ( $y_{2221}$ )	1.67 ( $y_{2222}$ )	-0.31 ( $y_{222}$ )
		-4 ( $y_{\cdot 211}$ )	3.28 ( $y_{\cdot 222}$ )	-0.72 ( $y_{\cdot 22}$ )
i 加總				
i=1		-3.4 ( $y_{12\cdot 1}$ )	2.61 ( $y_{12\cdot 2}$ )	-0.79 ( $y_{12\cdot}$ )

	i=2	-3.06 ( $y_{22 \cdot 1 \cdot}$ )	2.92 ( $y_{22 \cdot 2 \cdot}$ )	-0.14 ( $y_{22 \cdot \dots}$ )
		-6.46 ( $y_{\cdot 2 \cdot 1 \cdot}$ )	5.53 ( $y_{\cdot 2 \cdot 2 \cdot}$ )	-0.93 ( $y_{\cdot 2 \cdot \dots}$ )
<hr/>				
j=3				
	k=1			
	i=1	-1.46 ( $y_{1311 \cdot}$ )	0.97 ( $y_{1312 \cdot}$ )	-0.49 ( $y_{131 \cdot \dots}$ )
	i=2	-0.93 ( $y_{2311 \cdot}$ )	1.53 ( $y_{2312 \cdot}$ )	0.6 ( $y_{231 \cdot \dots}$ )
		-2.39 ( $y_{\cdot 311 \cdot}$ )	2.5 ( $y_{\cdot 312 \cdot}$ )	0.11 ( $y_{\cdot 31 \cdot \dots}$ )
	k=2			
	i=1	-2.69 ( $y_{1321 \cdot}$ )	1.7 ( $y_{1322 \cdot}$ )	-0.99 ( $y_{132 \cdot \dots}$ )
	i=2	-2.58 ( $y_{2321 \cdot}$ )	1.58 ( $y_{2322 \cdot}$ )	-1 ( $y_{232 \cdot \dots}$ )
		-5.27 ( $y_{\cdot 321 \cdot}$ )	3.28 ( $y_{\cdot 322 \cdot}$ )	-1.99 ( $y_{\cdot 32 \cdot \dots}$ )
<hr/>				
	i 加總			
	i=1	-4.15 ( $y_{13 \cdot 1 \cdot}$ )	2.67 ( $y_{13 \cdot 2 \cdot}$ )	-1.48 ( $y_{13 \cdot \dots}$ )
	i=2	-3.51 ( $y_{23 \cdot 1 \cdot}$ )	3.11 ( $y_{23 \cdot 2 \cdot}$ )	-0.4 ( $y_{23 \cdot \dots}$ )
		-7.66 ( $y_{\cdot 3 \cdot 1 \cdot}$ )	5.78 ( $y_{\cdot 3 \cdot 2 \cdot}$ )	-1.88 ( $y_{\cdot 3 \cdot \dots}$ )
<hr/>				
加總 k				
	k=1			
	i=1	-4.39 ( $y_{1 \cdot 11 \cdot}$ )	2.71 ( $y_{1 \cdot 12 \cdot}$ )	-1.68 ( $y_{1 \cdot 1 \cdot \dots}$ )
	i=2	-3.08 ( $y_{2 \cdot 11 \cdot}$ )	3.68 ( $y_{2 \cdot 12 \cdot}$ )	0.6 ( $y_{2 \cdot 1 \cdot \dots}$ )
		-7.47 ( $y_{\cdot \cdot 11 \cdot}$ )	6.39 ( $y_{\cdot \cdot 12 \cdot}$ )	-1.08 ( $y_{\cdot \cdot 1 \cdot \dots}$ )
	k=2			
	i=1	-7.31 ( $y_{1 \cdot 21 \cdot}$ )	4.48 ( $y_{1 \cdot 22 \cdot}$ )	-2.83 ( $y_{1 \cdot 2 \cdot \dots}$ )
	i=2	-6.7 ( $y_{2 \cdot 21 \cdot}$ )	4.56 ( $y_{2 \cdot 22 \cdot}$ )	-2.14 ( $y_{2 \cdot 2 \cdot \dots}$ )
		-14.01 ( $y_{\cdot \cdot 21 \cdot}$ )	9.04 ( $y_{\cdot \cdot 22 \cdot}$ )	-4.97 ( $y_{\cdot \cdot 2 \cdot \dots}$ )
<hr/>				
加總 j				
	i=1	-11.7 ( $y_{1 \cdot \dots 1 \cdot}$ )	7.19 ( $y_{1 \cdot \dots 2 \cdot}$ )	-4.51 ( $y_{1 \cdot \dots \dots}$ )
	i=2	-9.78 ( $y_{2 \cdot \dots 1 \cdot}$ )	8.24 ( $y_{2 \cdot \dots 2 \cdot}$ )	-1.54 ( $y_{2 \cdot \dots \dots}$ )
		-21.48 ( $y_{\dots \dots 1 \cdot}$ )	15.43 ( $y_{\dots \dots 2 \cdot}$ )	-6.05 ( $y_{\dots \dots \dots}$ )

## (二)、檢定步驟

### 1. 總變異的分割

總變異(SST)與各因子的變異來源關係可以用以下方程式來表示：

$$\begin{aligned} SST = & SS_A + SS_B + SS_C + SS_D + SS_{A*B} + SS_{A*C} + SS_{A*D} + SS_{B*C} + SS_{B*D} \\ & + SS_{C*D} + SS_{A*B*C} + SS_{A*B*D} + SS_{A*C*D} + SS_{B*C*D} + SS_{A*B*C*D} \\ & + SSE \end{aligned}$$

各因子及交互作用的 SS 值依簡捷法公式計算如下，要注意的是所需的數據只需要從觀察值加總計算表中查詢就可以，不需要另外計算。

總變異 S S T 計算如下：

$$\begin{aligned} SST &= \sum_{i=1}^a \sum_{j=1}^b \sum_{k=1}^c \sum_{l=1}^d \sum_{m=1}^e y_{ijklm}^2 - \frac{y_{\dots}^2}{abcdn} \\ &= [(-0.41)^2 + (-0.61)^2 + (-0.53)^2] + \dots \\ &\quad + [(0.69)^2 + (0.23)^2] + [(0.66)^2] - \frac{(-6.05)^2}{72} \\ &= 21.6703 \end{aligned}$$

各因子變異計算如下

$$\begin{aligned} SS_A &= \sum_{i=1}^a \frac{y_{i\dots}^2}{nbcd} - \frac{y_{\dots}^2}{abcdn} = \frac{(-4.51)^2 + (-1.54)^2}{36} - \frac{(-6.05)^2}{72} \\ &= 0.1225 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} SS_B &= \sum_{j=1}^b \frac{y_{\cdot j\dots}^2}{nacd} - \frac{y_{\dots}^2}{abcdn} = \frac{(-3.24)^2 + (-0.93)^2 + (-1.88)^2}{24} - \frac{(-6.05)^2}{72} \\ &= 0.1123 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} SS_C &= \sum_{k=1}^c \frac{y_{\dots k\dots}^2}{nabd} - \frac{y_{\dots}^2}{abcdn} = \frac{(-1.08)^2 + (-4.97)^2}{36} - \frac{(-6.05)^2}{72} \\ &= 0.2102 \end{aligned}$$

$$SS_D = \sum_{l=1}^d \frac{y_{\dots l}^2}{nabc} - \frac{y_{\dots}^2}{abcdn} = \frac{(-21.48)^2 + (15.43)^2}{36} - \frac{(-6.05)^2}{72}$$

各因子間交互作用計算如下：

$$\begin{aligned} SS_{AB} &= \sum_{i=1}^a \sum_{j=1}^b \frac{y_{ij\dots}^2}{ncd} - \frac{y_{\dots}^2}{abcdn} \\ &= \frac{(-2.24)^2 + (-1)^2 + (-0.79)^2 + (-0.14)^2 + (-1.48)^2 + (-0.4)^2}{12} - \frac{(-6.05)^2}{72} \\ &= 0.2426 \end{aligned}$$

$$SS_{A*B} = SS_{AB} - SS_A - SS_B = 0.2426 - 0.1225 - 0.1123 = 0.0078$$

$$\begin{aligned} SS_{AC} &= \sum_{j=1}^b \sum_{k=1}^c \frac{y_{i\cdot k\dots}^2}{nbd} - \frac{y_{\dots}^2}{abcdn} \\ &= \frac{(-1.68)^2 + (0.6)^2 + (-2.83)^2 + (-2.14)^2}{18} - \frac{(-6.05)^2}{72} \\ &= 0.3678 \end{aligned}$$

$$SS_{A*C} = SS_{AC} - SS_A - SS_C = 0.3678 - 0.1225 - 0.2102 = 0.0351$$

$$\begin{aligned} SS_{AD} &= \sum_{i=1}^a \sum_{l=1}^d \frac{y_{i\cdot l\dots}^2}{nbc} - \frac{y_{\dots}^2}{abcdn} \\ &= \frac{(-11.7)^2 + (7.19)^2 + (-9.78)^2 + (8.24)^2}{18} - \frac{(-6.05)^2}{72} \\ &= 19.0545 \end{aligned}$$

$$SS_{A*D} = SS_{AD} - SS_A - SS_D = 19.0545 - 0.1225 - 18.9215 = 0.0105$$

$$\begin{aligned} SS_{BC} &= \sum_{j=1}^b \sum_{k=1}^c \frac{y_{\cdot jk\dots}^2}{nad} - \frac{y_{\dots}^2}{abcdn} \\ &= \frac{(-0.98)^2 + (-2.26)^2 + (-0.21)^2 + (-0.72)^2 + (0.11)^2 + (-1.99)^2}{12} - \frac{(-6.05)^2}{72} \\ &= 0.3752 \end{aligned}$$

$$SS_{B*C} = SS_{BC} - SS_B - SS_C = 0.3752 - 0.1123 - 0.2102 = 0.0527$$

$$\begin{aligned}
SS_{BD} &= \sum_{j=1}^b \sum_{l=1}^d \frac{y_{\cdot j \cdot l \cdot}^2}{n a c} - \frac{y_{\cdot \cdot \cdot \cdot}^2}{a b c d n} \\
&= \frac{(-7.36)^2 + (4.12)^2 + (-6.46)^2 + (5.53)^2 + (-7.66)^2 + (5.78)^2}{12} - \frac{(-6.05)^2}{72} \\
&= 19.1200
\end{aligned}$$

$$SS_{B*D} = SS_{BD} - SS_B - SS_D = 19.1200 - 0.1123 - 18.9215 = 0.0826$$

$$\begin{aligned}
SS_{CD} &= \sum_{k=1}^c \sum_{l=1}^d \frac{y_{\cdot j k \cdot \cdot}^2}{n a b} - \frac{y_{\cdot \cdot \cdot \cdot}^2}{a b c d n} \\
&= \frac{(-7.47)^2 + (6.39)^2 + (-14.01)^2 + (9.04)^2}{18} - \frac{(-6.05)^2}{72} \\
&= 20.3047
\end{aligned}$$

$$SS_{C*D} = SS_{CD} - SS_C - SS_D = 20.3046 - 0.2102 - 18.9215 = 1.1730$$

$$\begin{aligned}
SS_{ABC} &= \sum_{i=1}^a \sum_{j=1}^b \sum_{k=1}^c \frac{y_{i j k \cdot \cdot}^2}{n d} - \frac{y_{\cdot \cdot \cdot \cdot}^2}{a b c d n} \\
&= \frac{(-0.81)^2 + (-0.17)^2 + (-1.43)^2 + \dots + (-0.99)^2 + (-1.00)^2}{6} - \frac{(-6.05)^2}{72} \\
&= 0.5644
\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
SS_{A*B*C} &= SS_{ABC} - SS_A - SS_B - SS_C - SS_{A*B} - SS_{A*C} - SS_{B*C} \\
&= 0.5644 - 0.1225 - 0.1123 - 0.2102 - 0.0078 - 0.0351 - 0.0527 \\
&= 0.0238
\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
SS_{ABD} &= \sum_{i=1}^a \sum_{j=1}^b \sum_{l=1}^d \frac{y_{i j \cdot l \cdot}^2}{n c} - \frac{y_{\cdot \cdot \cdot \cdot}^2}{a b c d n} \\
&= \frac{(-4.15)^2 + (1.91)^2 + (-3.21)^2 + \dots + (-3.51)^2 + (3.11)^2}{6} - \frac{(-6.05)^2}{72} \\
&= 19.2690
\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
SS_{A*B*D} &= SS_{ABD} - SS_A - SS_B - SS_D - SS_{A*B} - SS_{A*D} - SS_{B*D} \\
&= 19.2690 - 0.1225 - 0.1123 - 18.9215 - 0.0078 - 0.00105 - 0.0862 \\
&= 0.0082
\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
S_{ACD} &= \sum_{i=1}^a \sum_{k=1}^c \sum_{l=1}^d \frac{y_{i \cdot kl \cdot}^2}{nb} - \frac{y^2 \dots}{abcdn} \\
&= \frac{(-4.39)^2 + (2.71)^2 + (-3.08)^2 + \dots + (-6.7)^2 + (4.56)^2}{9} - \frac{(-6.05)^2}{72} \\
&= 20.4733
\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
SS_{A * C * D} &= SS_{ACD} - SS_A - SS_C - SS_D - SS_{A * C} - SS_{A * D} - SS_{C * D} \\
&= 20.4733 - 0.1225 - 0.2102 - 18.9215 - 0.0351 - 0.0105 - 1.1730 \\
&= 0.0006
\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
SS_{BCD} &= \sum_{j=1}^b \sum_{k=1}^c \sum_{l=1}^d \frac{y_{\cdot jkl \cdot}^2}{na} - \frac{y^2 \dots}{abcdn} \\
&= \frac{(-2.62)^2 + (1.64)^2 + (-4.74)^2 + \dots + (-5.27)^2 + (3.28)^2}{6} - \frac{(-6.05)^2}{72} \\
&= 20.5816
\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
SS_{B * C * D} &= SS_{BCD} - SS_B - SS_C - SS_D - SS_{B * C} - SS_{B * D} - SS_{C * D} \\
&= 20.5813 - 0.1123 - 0.2102 - 18.9215 - 0.0527 - 0.0862 - 1.1729 \\
&= 0.0293
\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
SS_{ABCD} &= \sum_{i=1}^a \sum_{j=1}^b \sum_{k=1}^c \sum_{l=1}^d \frac{y_{ijkl \cdot \cdot}^2}{n} - \frac{y^2 \dots}{abcdn} \\
&= \frac{(-1.55)^2 + (0.74)^2 + (-1.07)^2 + \dots + (-2.58)^2 + (1.58)^2}{3} - \frac{(-6.05)^2}{72} \\
&= 20.7923
\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
SS_{A * B * C * D} &= SS_{ABCD} - SS_A - SS_B - SS_C - SS_D - SS_{A * B} - SS_{A * C} - SS_{A * D} - SS_{B * C} - SS_{B * D} - SS_{C * D} \\
&\quad - SS_{A * B * C} - SS_{A * B * D} - SS_{A * C * D} - SS_{B * C * D} \\
&= \\
&\quad 20.7923 - 0.1225 - 0.1123 - 0.2102 - 18.9215 - 0.0078 - 0.03 \\
&\quad 51 - 0.0105 - 0.0527 - 0.0862 - 1.1730 - 0.0238 - 0.0082 - 0.0 \\
&\quad 006 - 0.0293 - 0.0025 \\
&= 0.0054
\end{aligned}$$



最後計算誤差  $SSE = SST - SS_{ABCD} = 21.6703 - 20.7923 = 0.878$

## 2. 建立變異數分析表

將計算所得之數值填入 SS 欄位中，然後再除以自由度 df 求得 MS 值，最後將 MS 除以誤差 (SSE) 求得檢定值  $F_0$ ，設檢定水準  $\alpha = 0.05$ ，可查表後用內插法或用統計教學網站網頁查詢求得  $F_{0.05}(1, 48) = 4.0427$ ，求得  $F_{0.05}(2, 48) = 3.1907$ 。

表 6 四因子變異數分析表

變異來源	SS	df	MS	$F_0$	F
位置 A	0.1225	1	0.1225	6.6940*	4.0427
實驗室 B	0.1123	2	0.0562	3.0710	3.1907
廠牌 C	0.2102	1	0.2102	11.4863*	4.0427
流量 D	18.9215	1	18.9215	1033.9617*	4.0427
位置 A*實驗室 B	0.0078	2	0.0039	0.2131	3.1907
位置 A*廠牌 C	0.0351	1	0.0351	1.9180	4.0427
位置 A*流量 D	0.0105	1	0.0105	0.5738	4.0427
實驗室 B*廠牌 C	0.0527	2	0.0264	1.4426	3.1907
實驗室 B*流量 D	0.0862	2	0.0431	2.3552	3.1907
廠牌 C*流量 D	1.1730	1	1.1730	64.0893*	4.0427
位置 A*實驗室 B*廠牌 C	0.0238	2	0.0119	0.6503	3.1907
位置 A*實驗室 B*流量 D	0.0082	2	0.0041	0.2240	3.1907
位置 A*廠牌 C*流量 D	0.0006	1	0.0006	0.0327	4.0427
實驗室 B*廠牌 C*流量 D	0.0293	2	0.0147	0.8032	3.1907
位置 A*實驗室 B*廠牌 C*流量 D	0.0025	2	0.0013	0.0710	3.1907
誤差	0.878	48	0.0183		
總和	21.6703	71			

## 3. 假設檢定及分析

計算完以上四因子變異數分析表後，再將求得統計檢定值  $F_0$  與最後一欄的 F 值做比較，其中位置 A 因子的統計檢定值  $6.6940 \geq F_{0.05}(1, 48) = 4.0427$  拒絕虛無假設，表示位置的效果非常顯著，可解釋為位置不同影響氣量計檢定的器差值非常顯著；實驗室 B 因子的統計檢定值  $3.0710 < F_{0.05}(2, 48) = 3.2143$  不拒絕虛無假設，

表示實驗室的效果不顯著，可解釋為不同實驗室影響氣量計檢定的器差值不顯著；廠牌 C 的統計檢定值  $11.4863 \geq F_{0.05}(1, 48) = 4.0427$  拒絕虛無假設，表示廠牌的效果非常顯著，也可解釋為不同廠牌器量計影響氣量計檢定的器差值非常顯著；流量 D 因子的統計檢定值  $1033.9617 \geq F_{0.05}(1, 48) = 4.0427$  拒絕虛無假設，表示流量的效果非常顯著，也可解釋為流量不同影響氣量計檢定的器差值非常顯著。各因子交互作用中，除廠牌 C 因子及流量 D 的交互作用統計檢定值  $64.0893 \geq F_{0.05}(1, 48) = 4.0427$  拒絕虛無假設，表示廠牌及流量的交互作用的效果非常顯著，也可解釋為廠牌 C 因子及流量 D 的交互作用影響氣量計檢定的器差值非常顯著；其他的各因子間的交互作用統計檢定值  $F_0 < F$ ，表示其他的各因子間的交互作用效果不顯著，也可解釋為其他的各因子間的交互作用影響氣量計檢定的器差值不顯著。

### (三) 氣量計其他組位置因子檢定

由於置於第1位置及第10位置兩家不同廠牌氣量計檢定結果為拒絕虛無假設，表示位置的效果非常顯著，可解釋為位置不同影響氣量計檢定的器差值非常顯著，為進一步瞭解不同檢定位置對檢定器差的影響程度，故另設計4組不同位置組合測試器差，進一步探討氣量計在不同位置檢定對器差的影響程度是否顯著。

- 1、首先針對第2組檢定位置2及位置9兩家不同廠牌氣量計，在3家實驗室的量測的器差值作分析，先將數據彙總如下表：

表7 氣量計器差檢定資料表(第2組)

實驗室(B)	功兆 j=1				愛知 j=2				永隆 j=3			
	廠牌(東洋) k=1		廠牌(愛知) k=2		廠牌(東洋) k=1		廠牌(愛知) k=2		廠牌(東洋) k=1		廠牌(愛知) k=2	
流量(D)	大流 l=1	中流 l=2	大流 l=1	中流 l=2	大流 l=1	中流 l=2	大流 l=1	中流 l=2	大流 l=1	中流 l=2	大流 l=1	中流 l=2
位置(A)1 (2) i=1	0.61	1.29	0.19	1.38	1	1.3	0.36	1.59	1.15	1.87	0.36	1.6
	0.73	1.6	0.22	1.44	1.06	1.23	0.37	1.59	1.05	1.54	0.39	1.56
	0.77	1.34	0.18	1.43	0.93	1.66	0.41	1.43	0.92	1.89	0.44	1.52
位置(A)2 (9) i=2	0.98	1.8	0.55	1.79	1	1.78	0.42	1.85	1.19	1.61	0.52	1.94
	0.86	1.63	0.44	1.62	1.02	1.35	0.49	1.66	1.06	1.79	0.01	1.33
	0.93	1.67	0.47	1.64	1.09	1.76	0.41	1.58	1.18	1.66	0.54	1.6

因為只需計算出位置A因子的  $F_0$  值，為了方便計算，再將每個流量及位置3次檢定結果加總如下表：

表8 氣量計器差檢定資料加總表（第2組）

實驗室(B)	功兆 j=1				愛知 j=2				永隆 j=3				$y_{i..}$	$y_{i...}^2$
	廠牌(東洋) k=1		廠牌(愛知) k=2		廠牌(東洋) k=1		廠牌(愛知) k=2		廠牌(東洋) k=1		廠牌(愛知) k=2			
廠牌(C)	大流 l=1	中流 l=2	大流 l=1	中流 l=2	大流 l=1	中流 l=2	大流 l=1	中流 l=2	大流 l=1	中流 l=2	大流 l=1	中流 l=2		
位置(A)1 (2) i=1	2.11	4.23	0.59	4.25	2.99	4.19	1.14	4.61	3.12	5.3	1.19	4.68	38.4	150.946
位置(A)2 (9) i=2	2.77	5.1	1.46	5.05	3.11	4.89	1.32	5.09	3.43	5.06	1.07	4.87	43.22	184.782
$y_{.j}$	4.88	9.33	2.05	9.3	6.1	9.08	2.46	9.7	6.55	10.36	9.55	9.55	81.62	335.728

第 2 組總變異計算如下：

$$\begin{aligned}
 SST(2) &= \sum_{i=1}^a \sum_{j=1}^b \sum_{k=1}^c \sum_{l=1}^d \sum_{m=1}^e y_{ijklm}^2 - \frac{y_{i...}^2}{abcdn} \\
 &= [(0.61)^2 + (0.73)^2 + (0.77)^2] + \dots \\
 &\quad + (1.94)^2 + (1.33)^2 + (1.6)^2 - \frac{(81.62)^2}{72} \\
 &= 20.3067
 \end{aligned}$$

第 2 組位置因子變異計算如下

$$\begin{aligned}
 SS_A(2) &= \sum_{i=1}^a \frac{y_{i...}^2}{nbcd} - \frac{y_{i...}^2}{abcdn} = \frac{(38.4)^2 + (43.22)^2}{36} - \frac{(81.62)^2}{72} \\
 &= 0.3227
 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
 SS_{ABCD}(2) &= \sum_{i=1}^a \sum_{j=1}^b \sum_{k=1}^c \sum_{l=1}^d \frac{y_{ijk..}^2}{n} - \frac{y_{i...}^2}{abcdn} \\
 &= \frac{(2.11)^2 + (2.77)^2 + \dots + (4.68)^2 + (4.87)^2}{3} - \frac{(81.62)^2}{72} \\
 &= 19.3840
 \end{aligned}$$

第 2 組誤差  $SSE(2) = SST(2) - SS_{ABCD}(2) = 20.3067 - 19.3840 = 0.9227$

$$MS_A(2) = \frac{SS_A(2)}{a-1} = \frac{0.3227}{2-1} = 0.3227$$

$$MSE(2) = \frac{SSE(2)}{abcd(n-1)} = \frac{0.9227}{48} = 0.0192$$

$$F_0(2) = \frac{MS_A(2)}{MSE(2)} = \frac{0.3227}{0.0192} = 16.8073$$

第 2 組位置 A 因子的統計檢定值  $16.8073 \geq F_{0.05}(1, 48) = 4.0427$   
 拒絕虛無假設，表示位置的效果非常顯著，可解釋為位置互換影響  
 氣量計檢定的器差值非常顯著。

2、第 3 組位置 3 及位置 8 兩家不同廠牌氣量計，在 3 家實驗室的  
 量測的器差值數據彙總如下表：

表 9 氣量計器差檢定資料表（第 3 組）

實驗室(B)	功兆 j=1				愛知 j=2				永隆 j=3			
	廠牌(東洋) k=1		廠牌(愛知) k=2		廠牌(東洋) k=1		廠牌(愛知) k=2		廠牌(東洋) k=1		廠牌(愛知) k=2	
廠牌(C)	大流 l=1	中流 l=2	大流 l=1	中流 l=2	大流 l=1	中流 l=2	大流 l=1	中流 l=2	大流 l=1	中流 l=2	大流 l=1	中流 l=2
位置(A)1 (3) i=1	-0.44	-0.02	0.86	1.76	-0.16	0.29	0.75	1.78	-0.18	0.15	1.02	2.16
	-0.43	-0.32	0.55	1.83	-0.31	0.32	0.83	1.88	-0.26	0.06	0.96	2.11
	-0.39	-0.18	0.75	1.64	-0.39	0.08	0.84	1.94	-0.37	0.01	0.93	2.17
位置(A)2 (8) i=2	-0.26	-0.19	0.81	1.53	-0.16	0.26	0.77	1.67	-0.3	0.26	0.93	2.07
	-0.28	-0.02	0.86	2	-0.21	0.08	0.69	1.74	-0.25	0.3	0.56	1.49
	-0.31	-0.04	0.64	1.54	-0.32	0.01	1.02	1.99	-0.37	0.21	0.8	2.25

再來將第 3 組氣量計每個流量及位置 3 次檢定結果加總如下表：

表 10 氣量計器差檢定資料加總表（第 3 組）

實驗室(B)	功兆 j=1				愛知 j=2				永隆 j=3				Y <sub>i..</sub>	Y <sub>i...<sup>2</sup></sub>
	廠牌(東洋) k=1		廠牌(愛知) k=2		廠牌(東洋) k=1		廠牌(愛知) k=2		廠牌(東洋) k=1		廠牌(愛知) k=2			
廠牌(C)	大流 l=1	中流 l=2	大流 l=1	中流 l=2	大流 l=1	中流 l=2	大流 l=1	中流 l=2	大流 l=1	中流 l=2	大流 l=1	中流 l=2		
位置(A)1 (3) i=1	-1.26	-0.52	2.16	5.23	-0.86	0.69	2.42	5.6	-0.81	0.22	2.91	6.44	22.22	122.9548
位置(A)2 (8) i=2	-0.85	-0.25	2.31	5.07	-0.69	0.35	2.48	5.4	-0.92	0.77	2.29	5.81	21.77	108.1745
Y <sub>.j</sub>	-2.11	-0.77	4.47	10.3	-1.55	1.04	4.9	11	-1.73	0.99	12.25	12.25	43.99	231.1293

第 3 組總變異計算如下：

$$\begin{aligned} SST(3) &= \sum_{i=1}^a \sum_{j=1}^b \sum_{k=1}^c \sum_{l=1}^d \sum_{m=1}^e y_{ijklm}^2 - \frac{y^2_{\dots}}{abcdn} \\ &= [(-0.44)^2 + (-0.43)^2 + (-0.39)^2] + \dots \\ &\quad + (2.07)^2 + (1.49)^2 + (2.25)^2 - \frac{(43.99)^2}{72} \\ &= 51.1438 \end{aligned}$$

第 3 組位置因子變異計算如下

$$\begin{aligned} SS_A(3) &= \sum_{i=1}^a \frac{y_{i\dots}^2}{nbcd} - \frac{y^2_{\dots}}{abcdn} = \frac{(22.22)^2 + (21.77)^2}{36} - \frac{(43.99)^2}{72} \\ &= 0.0028 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} SS_{ABCD}(3) &= \sum_{i=1}^a \sum_{j=1}^b \sum_{k=1}^c \sum_{l=1}^d \frac{y_{ijk\dots}^2}{n} - \frac{y^2_{\dots}}{abcdn} \\ &= \frac{(-1.26)^2 + (-0.85)^2 + \dots + (6.44)^2 + (5.81)^2}{3} - \frac{(43.99)^2}{72} \\ &= 50.1664 \end{aligned}$$

第 3 組誤差  $SSE(3) = SST(3) - SS_{ABCD}(3) = 51.1438 - 50.1664 = 0.9819$

$$MS_A(3) = \frac{SS_A(3)}{a-1} = \frac{0.0028}{2-1} = 0.0028$$

$$MSE(3) = \frac{SSE(3)}{abcd(n-1)} = \frac{0.9819}{48} = 0.0205$$

$$F_0(3) = \frac{MS_A(3)}{MSE(3)} = \frac{0.0028}{0.0205} = 0.1365$$

第 3 組位置 A 因子的統計檢定值  $0.1365 < F_{0.05}(1, 48) = 4.0427$  不拒絕虛無假設，表示第 3 組氣量計位置的效果並不顯著，可解釋為位置互換影響 3 組氣量計檢定的器差值不顯著。

3、第 4 組位置 4 及位置 7 兩家不同廠牌氣量計，在 3 家實驗室的量測的器差值數據彙總如下表：

表 11 氣量計器差檢定資料表（第 4 組）

實驗室(B)	功兆 j=1				愛知 j=2				永隆 j=3			
	廠牌(東洋) k=1		廠牌(愛知) k=2		廠牌(東洋) k=1		廠牌(愛知) k=2		廠牌(東洋) k=1		廠牌(愛知) k=2	
廠牌(C)	大流 l=1	中流 l=2	大流 l=1	中流 l=2	大流 l=1	中流 l=2	大流 l=1	中流 l=2	大流 l=1	中流 l=2	大流 l=1	中流 l=2
位置 (A)1 (4) i=1	-0.11	0.37	0.53	0.97	-0.27	0.47	0.77	1.4	0.02	0.71	0.59	1.4
	-0.2	0.37	0.44	1.19	-0.1	0.53	0.77	1.31	-0.2	0.67	0.54	1.15
	-0.31	0.45	0.46	1.07	-0.16	0.63	0.78	1.27	-0.03	0.68	0.5	1.14
位置 (A)2 (7) i=2	-0.24	0.49	0.72	1.29	-0.21	0.55	0.76	1.4	-0.2	0.77	0.72	1.3
	-0.09	0.53	0.54	1.27	-0.15	0.59	0.69	1.3	-0.03	0.7	0.59	1.29
	-0.17	0.6	0.56	1.02	-0.12	0.62	0.73	1.11	-0.02	0.73	0.59	1.28

再來將第 4 組氣量計每個流量及位置 3 次檢定結果加總如下表：

表 12 氣量計器差檢定資料加總表（第 4 組）

實驗室(B)	功兆 j=1				愛知 j=2				永隆 j=3				Y <sub>i..</sub>	Y <sub>i...<sup>2</sup></sub>
	廠牌(東洋) k=1		廠牌(愛知) k=2		廠牌(東洋) k=1		廠牌(愛知) k=2		廠牌(東洋) k=1		廠牌(愛知) k=2			
廠牌(C)	大流 l=1	中流 l=2	大流 l=1	中流 l=2	大流 l=1	中流 l=2	大流 l=1	中流 l=2	大流 l=1	中流 l=2	大流 l=1	中流 l=2		
位置 (A)1 (4) i=1	-0.62	1.19	1.43	3.23	-0.53	1.63	2.32	3.98	-0.21	2.06	1.63	3.69	19.8	58.9996
位置 (A)2 (7) i=2	-0.5	1.62	1.82	3.58	-0.48	1.76	2.18	3.81	-0.25	2.2	1.9	3.87	21.51	65.0891
y <sub>.j</sub>	-1.12	2.81	3.25	6.81	-1.01	3.39	4.5	7.79	-0.46	4.26	7.56	7.56	41.31	124.089

第 4 組總變異計算如下：

$$\begin{aligned}
 SST(4) &= \sum_{i=1}^a \sum_{j=1}^b \sum_{k=1}^c \sum_{l=1}^d \sum_{m=1}^e y_{ijklm}^2 - \frac{y_{i...}^2}{abcdn} \\
 &= [(-0.11)^2 + (-0.2)^2 + (-0.31)^2] + \dots \\
 &\quad + (1.3)^2 + (1.29)^2 + (1.28)^2 - \frac{(41.31)^2}{72} \\
 &= 17.9953
 \end{aligned}$$

第 4 組位置因子變異計算如下

$$SS_A(4) = \sum_{i=1}^a \frac{y_{i\dots}^2}{nbcd} - \frac{y^2_{\dots}}{abcdn} = \frac{(19.8)^2 + (21.51)^2}{36} - \frac{(41.31)^2}{72}$$

$$= 0.0406$$

$$SS_{ABCD}(4) = \sum_{i=1}^a \sum_{j=1}^b \sum_{k=1}^c \sum_{l=1}^d \frac{y_{ijkl}^2}{n} - \frac{y^2_{\dots}}{abcdn}$$

$$= \frac{(-0.62)^2 + (-0.5)^2 + \dots + (3.69)^2 + (3.87)^2}{3} - \frac{(41.31)^2}{72}$$

$$= 17.6613$$

第 4 組誤差  $SSE(4) = SST(4) - SS_{ABCD}(4) = 17.9953 - 17.6613 = 0.334$

$$MS_A(4) = \frac{SS_A(4)}{a-1} = \frac{0.0406}{2-1} = 0.0406$$

$$MSE(4) = \frac{SSE(4)}{abcd(n-1)} = \frac{0.334}{48} = 0.0070$$

$$F_0(4) = \frac{MS_A(4)}{MSE(4)} = \frac{0.0406}{0.0070} = 5.8$$

第 4 組位置 A 因子的統計檢定值  $5.8 \geq F_{0.05}(1, 48) = 4.0427$  拒絕虛無假設，表示第 4 組氣量計位置的效果非常顯著，可解釋為位置互換影響第 4 組氣量計檢定的器差值非常顯著。

4、第 5 組位置 5 及位置 6 兩家不同廠牌氣量計，在 3 家實驗室的量測的器差值數據彙總如下表：

表 13 氣量計器差檢定資料表（第 5 組）

實驗室(B)	功兆 j=1				愛知 j=2				永隆 j=3			
	廠牌(東洋) k=1		廠牌(愛知) k=2		廠牌(東洋) k=1		廠牌(愛知) k=2		廠牌(東洋) k=1		廠牌(愛知) k=2	
廠牌(C)	大流 l=1	中流 l=2	大流 l=1	中流 l=2	大流 l=1	中流 l=2	大流 l=1	中流 l=2	大流 l=1	中流 l=2	大流 l=1	中流 l=2
位置 (A)1 (5) i=1	-0.33	0.64	-0.22	0.35	-0.21	1.2	-0.46	0.51	0.06	1.16	-0.06	0.68
	-0.37	0.7	-0.51	0.37	-0.29	0.88	-0.31	0.52	-0.31	0.74	-0.22	0.57
	-0.37	0.78	-0.26	0.37	-0.26	0.87	-0.36	0.57	-0.06	0.92	-0.33	0.63
位置 (A)2 (6) i=2	-0.45	0.95	-0.61	0.34	-0.25	0.93	-0.28	0.48	-0.01	1.3	-0.22	0.76
	-0.39	0.9	-0.5	0.41	-0.36	0.9	-0.42	0.45	-0.14	0.76	-0.1	0.68
	-0.45	0.82	-0.52	0.46	-0.33	0.65	-0.21	0.52	-0.12	0.99	-0.47	0.66

再來將第 5 組氣量計每個流量及位置 3 次檢定結果加總如下表：

表 14 氣量計器差檢定資料加總表（第 5 組）

實驗室(B)	功兆 j=1				愛知 j=2				永隆 j=3				Y <sub>i..</sub>	Y <sub>i....</sub> <sup>2</sup>
	廠牌(C)		廠牌(愛知)		廠牌(東洋)		廠牌(愛知)		廠牌(東洋)		廠牌(愛知)			
流量(D)	大流 l=1	中流 l=2	大流 l=1	中流 l=2	大流 l=1	中流 l=2	大流 l=1	中流 l=2	大流 l=1	中流 l=2	大流 l=1	中流 l=2		
位置 (A)1 (5) i=1	-1.07	2.12	-0.99	1.09	-0.76	2.95	-1.13	1.6	-0.31	2.82	-0.61	1.88	7.59	32.8795
位置 (A)2 (6) i=2	-1.29	2.67	-1.63	1.21	-0.94	2.48	-0.91	1.45	-0.27	3.05	-0.79	2.1	7.13	37.2881
y <sub>.j</sub>	-2.36	4.79	-2.62	2.3	-1.7	5.43	-2.04	3.05	-0.58	5.87	3.98	3.98	14.72	70.1676

第 5 組總變異計算如下：

$$\begin{aligned}
 SST(5) &= \sum_{i=1}^a \sum_{j=1}^b \sum_{k=1}^c \sum_{l=1}^d \sum_{m=1}^e y_{ijklm}^2 - \frac{y_{i....}^2}{abcdn} \\
 &= [(-0.33)^2 + (-0.37)^2 + (-0.37)^2] + \dots \\
 &\quad + (0.76)^2 + (0.68)^2 + (0.66)^2] - \frac{(14.72)^2}{72} \\
 &= 21.0686
 \end{aligned}$$

第 5 組位置因子變異計算如下

$$\begin{aligned}
 SSA(5) &= \sum_{i=1}^a \frac{y_{i....}^2}{nbcd} - \frac{y_{i....}^2}{abcdn} = \frac{(7.59)^2 + (7.13)^2}{36} - \frac{(14.72)^2}{72} \\
 &= 0.0029
 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
 SS_{ABCD}(5) &= \sum_{i=1}^a \sum_{j=1}^b \sum_{k=1}^c \sum_{l=1}^d \frac{y_{ijk..}^2}{n} - \frac{y_{i....}^2}{abcdn} \\
 &= \frac{(-1.07)^2 + (-1.29)^2 + \dots + (1.88)^2 + (2.1)^2}{3} - \frac{(14.72)^2}{72} \\
 &= 20.3798
 \end{aligned}$$



第 5 組誤差  $SSE(5) = SST(5) - SS_{ABCD}(5) = 21.0686 - 20.3798 = 0.6888$

$$MS_A(5) = \frac{SS_A(5)}{a-1} = \frac{0.0029}{2-1} = 0.0029$$

$$MSE(5) = \frac{SSE(5)}{abcd(n-1)} = \frac{0.6888}{48} = 0.0144$$

$$F_0(5) = \frac{MS_A(5)}{MSE(5)} = \frac{0.0029}{0.0144} = 0.2014$$

第 5 組位置 A 因子的統計檢定值  $0.2014 < F_{0.05}(1, 48) = 4.0427$  不拒絕虛無假設，表示第 5 組氣量計位置的效果並不顯著，可解釋為位置互換影響 5 組氣量計檢定的器差值不顯著。

## 七、結論

由變異數分析表得知不同檢定位置(位置 1 及位置 10)、不同氣量計廠牌及不同檢定流量對檢定器差有顯著的影響，而 3 家不同實驗室對檢定器差則無顯著的影響。其中離差的平方和(SS)值以不同檢定流量最大，表示在整個研究假設變異因子中，不同檢定流量對檢定結果器差的影響最為顯著。

考慮各變異因子的交互作用，除了廠牌及流量的交互作用影響氣量計檢定的器差值非常顯著；其他的各變異因子間的交互作用影響氣量計檢定的器差值不顯著。

針對此次研究數據統計結果可得下列結論：

1. 本分局轄內 3 家膜式氣量計業者之檢定設備，對膜式氣量計之檢定器差結果，彼此間無顯著差異。
2. 不同的膜式氣量計製造業者生產的膜式氣量計，本來在各器具間就一定有不同的器差，故在度量衡器檢定業務，不採取所謂抽樣檢定方式，而是採用逐具檢定，才能保證度量衡器在計量上的準確度，以維護公平交易及保障公共安全。
3. 膜式氣量計不同流量會有不同的器差，就如同本文第 3 章節所提實際誤差曲線並非與流量無關的水平線，故在制訂「膜式氣量計檢定檢查技術規範」時，即已考慮不同流量對器差的影響，惟基於檢定效益及時程問題，在技術規範中無法規定太多流量點一一執行檢定，僅合理參考各種誤差曲線，最終規定  $Q_{max}$  及  $0.2Q_{max}$  為必須檢測之流量點，而  $3Q_{min}$  為抽測之流量點。
4. 不同檢定位置對檢定器差的結果是否有影響，一直是檢定人員於檢定時存在於心中的疑慮，此問題亦曾於各種場合多次向膜式氣量計業者及國家度量衡流體實驗室查問過，所得到的結果是目前市場上所能提供的膜式氣量計，其本身的重複性及穩定性並不理想，要以此類器具來推論結果並不恰當。此次研究不同位置是採用一般檢定設備檢定位置的最前端及最末端(差異極大值)，其他相對位置的影

響程度是否顯著？經過另行不同位置的比對測試，所得結論是當檢定位置距離較遠影響程度似較明顯，但事實是否就如研究測試計算結果所示，不同檢定位置會有影響程度上的差異，將會持續向國家度量衡流體實驗室及業者反映研究結果協同探討原因，測試時是否已將許多不確定的影響因子加以考慮，此類種種問題尚須後續研究，待有明確結果及因應措施，適時向總局提出修正法規意見。

5. 此次研究的各種變異因子的交互作用，除了廠牌及流量的交互作用影響對氣量計檢定的器差值有顯著影響外；其他的各變異因子間的交互作用對氣量計檢定的器差值影響不顯著，此項是否由於變異因子流量的影響程度(18.92/21.67)最為顯著，導致此類組合仍有顯著影響，尚須進一步探討。

本次研究初衷最主要的目的，是證明膜式氣量計檢定結果不會因執行檢定的檢定設備系統不同而有顯著的影響，因本分局執行膜式氣量計檢定，必須借用業者之檢定設備系統執行業務，本分局轄內有3家業者，即表示有3套不同的檢定設備系統，若3套檢定設備系統不同而有不同的影響程度，將造成不同的檢定器差結果，影響層面廣大。至於選用變異因子中不同位置的影響於研究結果是有顯著影響，也提醒今後檢定人員執行檢定時更應注意各種可能影響器差的變數，更增進本研究的意義。

## 八、參考資料

1. 天然氣用微電腦膜式氣量計(CNS 14741)
2. Measurement of gas flow by mean of critical flow Venturi nozzles(ISO/DIS 9300)
3. Gas meters(OIML R 137)
4. General provisions for gas volume meters(OIML R 6)
5. Diaphragm gas meters(OIML R 31)
6. Gas meters—Diaphragm (DIN EN 1359 (2007))
7. 用臨界流文丘里噴嘴量測氣體流量(GB/T 21188)
8. 膜式氣量計檢定檢查技術規範(CNMV 31)
9. 變異數分析(三民書局，呂金河)
10. 氣量計檢定技術訓練課程講義(94)
11. 度量衡檢定人員在職訓練—膜式氣量計型式認證測試訓練課程(95)