



經濟部標準檢驗局新竹分局 103 年度

自行研究計畫

103HCBSMI-05

水量計檢定比對研究

經濟部標準檢驗局新竹分局第五課 編印

中華民國 103 年 12 月

經濟部標準檢驗局新竹分局 103 年度研究報告提要表		填表人：洪永澤 填表日期：103 年 12 月	
研究報告名稱	水量計檢定比對研究		
研究單位及人員	第五課 洪永澤、薛美珠、蔡宏哲	研究時間	自 103 年 01 月 01 日 至 103 年 11 月 30 日
報 告 內 容 提 要			
<p>一、 研究緣起與目的</p> <p>依自來水公司統計101年全國用水戶數有6,452,171戶，每一用戶除了用戶自家水量計尚有公表來計量整體用戶之總使用水量，表示目前水量計使用量在6,452,171具以上，依「水量計檢定檢查技術規範」水量計檢定合格有效期間為8年，依此數量計算水量計平均每年須有80萬具以上的檢定量。</p> <p>依「水量計檢定檢查技術規範」檢定流量區分大流及小流，檢定時有任一檢定流量之檢定器差超出檢定公差即判定不合格。目前水量計檢定方式有經總局認可業者之自行檢定方式及由本局人員派員臨場檢定方式，由於檢定數量龐大，業者幾乎皆已向總局申請許可自行檢定，所以市場上之水量計有8、9成以上是經由業者自行檢定合格，檢定器差的準確度攸關數百萬以上用戶的水費。</p> <p>本研究計畫探討各家業者之水量計之器差差異性，並探討其它檢定條件變化對檢定結果之影響如何，進而研討改進檢定技術及管理方式。</p> <p>二、 研究方法與過程</p> <p>水量計廣泛使用於自來水公司供應給用戶之水量計量，其準確性攸關買賣雙方權益。「水量計型式認證技術規範(CNPA 49)」及「水量計檢定檢查技術規範(CNMV 49)」仍沿用ISO 4064(Measurement of water flow in closed conduits—Meter for cold potable water):1993，主要適用於機械式量測原理之水量計；惟ISO 4064於2005年進行改版，並將其適用範圍擴大至機械式量測原理附加電子設備及純電子設備量測原理之水量計，OIML R 49(Water meters intended for the metering of cold potable water)亦同時改版，兩國際</p>			

組織進行相當程度的整合，而OIML R49再度於2013年進行改版，國內「水量計型式認證技術規範(CNPA 49)」及「水量計檢定檢查技術規範(CNMV 49)」勢必有進行改版之壓力，此部分乃由總局第四組進行周詳的計畫，本研究仍以「水量計檢定檢查技術規範(CNMV 49)」第3版為研究之測試方法。

三、研究發現與建議

本研究發現第七組設備(手動模式)、第七組設備(自動模式)及自來水公司北區水表修理場設備，彼此間對檢定器差的結果有顯著影響；不同流量對檢定器差結果亦有顯著影響；不同廠牌對檢定器差結果的影響，會因廠牌而異；擺放不同檢定位置對檢定位置則無顯著影響，對檢定結果有顯著影響之各因子將再進一步探討原因。

說明：報告提要以 1,500 字為限，且應包括下列 3 部分：

- (一) 研究緣起與目的
- (二) 研究方法與過程
- (三) 研究發現與建議

目錄

一、引言	5
二、水量計的種類	7
三、速度型水量計簡介	10
四、器差檢定概述	13
五、檢定比對量測說明	18
六、檢測結果統計分析	27
七、結論	36
八、參考資料	38

一、引言

依自來水公司統計101年全國用水戶數有6,452,171戶，每一用戶除了用戶自家水量計尚有公表來計量整體用戶之總使用水量，表示目前水量計使用量在6,452,171具以上，依「水量計檢定檢查技術規範」水量計檢定合格有效期間為8年，依此數量計算水量計平均每年須有80萬具以上的檢定量。

依「水量計檢定檢查技術規範」檢定流量區分大流及小流，檢定時有任一檢定流量之檢定器差超出檢定公差即判定不合格。目前水量計檢定方式有經總局認可業者之自行檢定方式及由本局人員派員臨場檢定方式，由於檢定數量龐大，業者幾乎皆已向總局申請許可自行檢定，所以市場上之水量計有8、9成以上是經由業者自行檢定合格，檢定器差的準確度攸關數百萬以上用戶的水費。

本研究計畫探討水量計之器差差異性，並探討其它檢定條件變化對檢定結果之影響如何，進而研討改進檢定技術及管理方式。面對能源危機的挑戰，節能減碳儼然成為人類永續發展之必然課題，也因此，能源計量準確度的重要性日益突出。

囿於自從水量計納入應經檢定法定度量衡器後，民眾對水量計準確性仍有質疑，100年本分局受理水量計糾紛鑑定案件有87件其中有8件不合格不合格率9.20%；101年本分局受理水量計糾紛鑑定案件有95件其中有20件不合格不合格率21.05%，102年本分局受理水量計糾紛鑑定案件有87件其中有9件不合格不合格率10.34%，綜觀水量計糾紛鑑定案件之不合格率約在10%以上，以計量之公平交易的觀點來看，對水量計準確度的管理有其改進的空間，將近年本分局糾紛鑑定統計資料臚列如下表。

表1 新竹分局水量計鑑定結果統計表

	申請案件	不合格數	不合格率
97年	46	7	15.22 %
98年	68	11	16.18 %

99 年	84	10	11.90 %
100 年	87	8	9.20 %
101 年	95	20	21.05 %
102 年	87	9	10.34 %
103 年(1-11 月)	64	13	20.31 %

水量計的準確度直接影響到 600 萬以上用戶的權益，故本研究不揣淺陋地對水量計比對檢定進行研究；首先概述「水量計演進歷史」，其次分別說明「水量計動作原理」、「器差檢定概述」、「檢定比對量測說明」、「檢定結果計分析」，最後以「結論」對整個研究結果作說明及評估。

二、水量計的種類

水量計就是通稱的水表(water meter)，依現行「水量計檢定檢查技術規範」分類有容積型水量計(volumetric meter)、速度型水量計(velocity meter)及渦流式水量計，其中速度型水量計水分為單一噴嘴水量計(single-jet meter)、多重噴嘴水量計(multi-jet meter)及奧多曼水量(woltmann meter)。

(一) 容積型水量計：

容積型水量計是由已知容積之容器及藉水流驅動之機構所組成的一種裝置，適用於封閉導管，因此這些容器是以連續地充水及及變空，指示裝置藉著計算通過此裝置的容積，總和其流量體積。一般工業上常見的正位式流量計(positive displacement meter)即是屬容積型水量計。

常見容積型水量計的類型：

1. 往復式活塞式：
2. 橢圓齒輪式：
3. 腰輪式：
4. 轉動葉片式：
5. 雙轉子式：
6. 擺動圓盤式：
7. 旋轉活塞式：

容積型水量計優點：

1. 容積型水量計計量精度高。
2. 不受旋轉流、管路阻流件及流速場的影響。
3. 沒有前置直管段要求。
4. 無需外部能源，可直接獲得累計總量，操作簡單。
5. 計量特性隨時間產生計量偏差性能優。

容積型水量計缺點：

1. 結構較其它型式複雜。

2. 量測室(chamber)是由內部可動件和固定外殼所組成，兩者之間必存在些許間隙，即會有少量流體由間隙流過（滲漏量產生）。
3. 體積亦較大(重)，僅適用於中、小口徑之水量計。
4. 壓損較大。
5. 運動元件若卡死，流體即無法通過，造成斷流，管路就不能使用，故對水質要求較高。
6. 產生的噪音及振動較大。

(二)速度型水量計：

速度型水量計是由水流速度直接移動運動元件所組成的一種裝置，商用於封閉導管。運動元件的移動藉由機構或其他方法傳送至指示裝置，由指示裝置總和流動體積。屬間接量測，如一般之流轉式流量計(current-type meter)即是屬速度型水量計。為目前自來水公司大多使用速度型水量計這類型。

常見速度型水量計的類型：

1. 單一噴嘴水量計。
2. 多重噴嘴水量計。
3. 奧多曼式水量計。

速度型水量計的優點：

1. 結構較輕巧，安裝維護方便。
2. 重複性好，短期重複性可達 $\pm 0.05\%$ 至 0.2% 。
3. 輸出脈波頻率訊號，可適於總量計量。
4. 使用流率範圍大。
5. 可製成插入型式，適用於大口徑量測。

速度型水量計的缺點：

1. 計量曲線特性差，難於長期保持，需定期校正。
2. 水量計受上游流速場分佈變化及旋轉流影響較大。
3. 不適用於脈動流或混相流流的量測。
4. 對流體清潔度要求高。

(三) 渦流式水量計：

渦流式水量計是一種可以連續地決定流過它的流體體積之整合、自足之量測儀器，係利用一個安裝在管道內之鈍型體(稱為漩渦致發器 vortex shedder)，使用有偵測裝置偵測流體流經該鈍型體所產生渦流溢放之頻率(頻率約正比於流體速度)，以計算出管道內流體流過之體積。

三、速度型水量計簡介

由於目前台灣本島供應自來水有 2 個事業單位：台北自來水事業處及台灣自來水股份有限公司，而使用的水量計大多為速度型水量計，故本次研究以速度型水量計為研究對象，在進入研究議題前，針對速度型水量計做進一步介紹。



圖 1 水量計切割圖(來自參考資料 8)

由上圖所示，水自右側進入水量計本體後，自葉輪盒下方引入孔沿切線方向沖擊葉輪盒內的葉輪，使之轉動，帶動葉輪盒上方之指示裝置，水流經葉輪盒後由上部排放孔流出，再由左側流出水量計。

水流經噴嘴衝擊葉輪的單一地方，則稱為單一噴嘴水量計，噴嘴同時衝擊許多環繞葉輪之點，則稱為多重噴嘴水量計，如下圖所示。

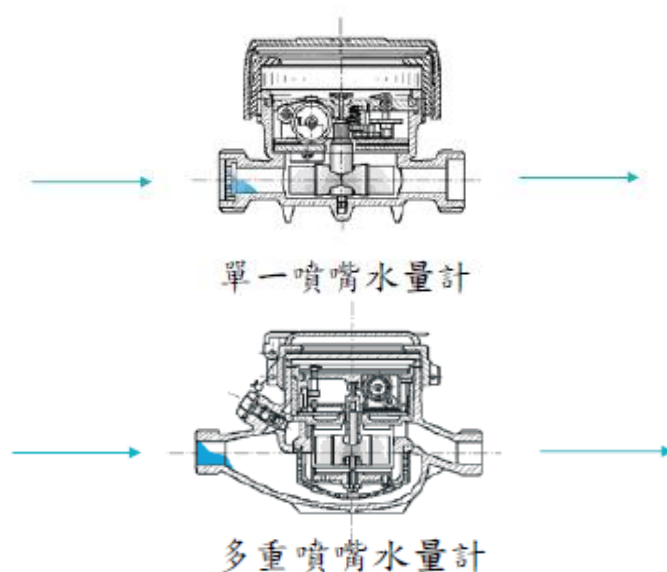


圖 2 水量計 (來自參考資料 8)

奧多曼式水量計具有與水流方向平行的軸旋轉之葉輪，所使用的葉輪為螺板形，作動方式使水以水平方向流入水量計本體後，直接衝擊葉輪，致使葉輪旋轉，然後保持水平方向流出水量計。此類水量計的流通能力大，壓損小，適合大口徑管路使用。

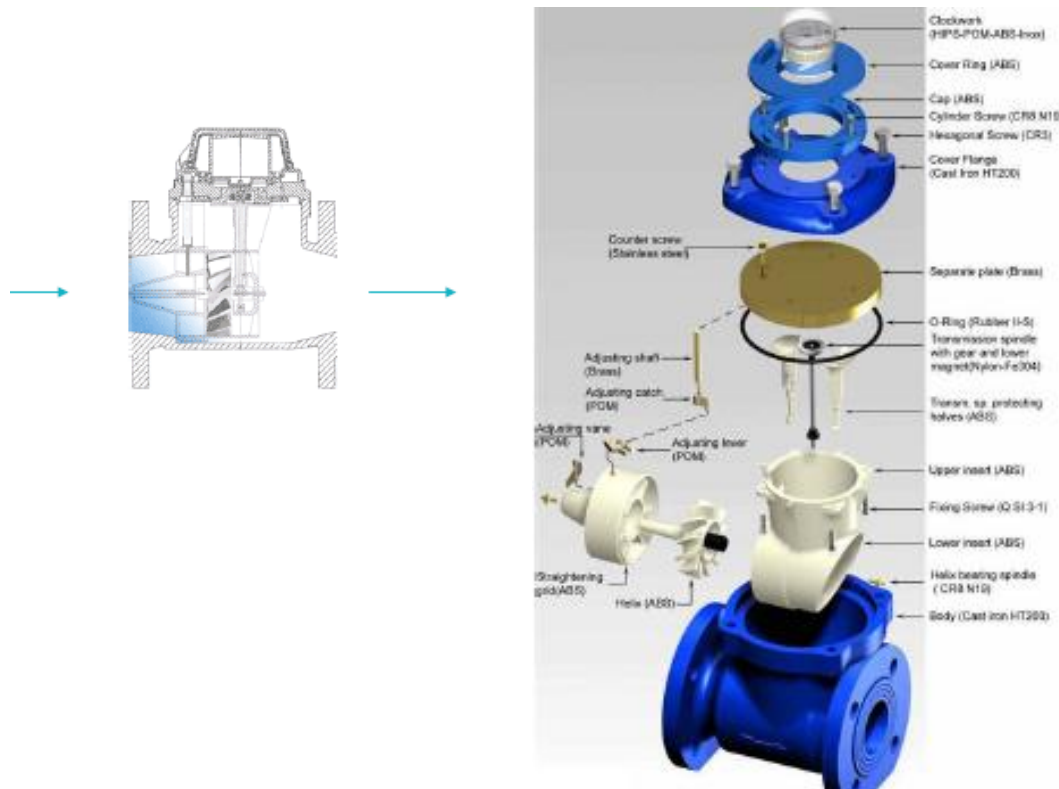


圖 3 奧多曼式水量計動作示意圖(來自參考資料 8)

對量測儀器的誤差值，希望重複性是穩定的，且各流量變化之量測值器差值也希望是成一定線性關係，如此在追溯或量測時其誤差可經由器差補正(修正)加以消弭，然而在經由實際量測的誤差值非如預期之結果。其實為實際誤差曲線並非與流量無關的水平線，其主要原因有：漏流（滑流或間隙流）的影響：所謂漏流係未經計量室計量而流過計量室的流動，亦即未在流量計示值顯現的流動，水量計各環節的摩擦係數愈大，也會造成漏流現象愈大。故水量計的最小流量大小也直接影響水量計計量的準確度。

速度式流量計產生漏流的原因，係因量測元件與殼體所構成的計量室不能完全密封，否則流量計即無法動作，故而會有間隙而引起漏流。各活動件間的摩擦係數也必然存在。

在水量計檢定檢查技術規範中對水量計最小流量不同也有不同等級的區分，其中以 A 級水量計之最小流量最大；相對漏流及所需

啟動流亦較大，以此類推 D 級水量計之最小流量最小，其漏流及所需啟動流便較小。

更進一步地，實際誤差曲線可敘述如后：

- 當流量很小時，量測元件尚未動作，所有通過流量計的流體幾乎都是漏流的結果，流量計示值趨於零，器差為負（器差=器示值-標準值）。
- 隨著流量的增加，漏流量佔流量的比例漸小，器差向正方向移動。
- 當流量增加到某個程度，漏流量佔流量的比例已變得很小，此時曲線產生反折現象。
- 當漏流增加速度比流量快時，此即器差曲線在流量較大時會朝負方向傾斜。

由前述實際誤差曲線可知，速度式流量計的誤差隨流量而變，所以，需對不同的流量進行器差測試。

特性曲線

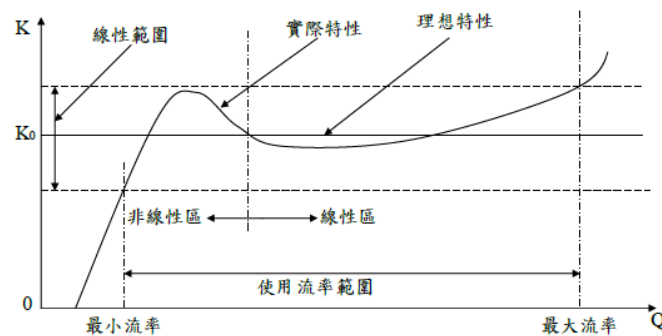


圖 4 誤差特性曲線圖(來自參考資料 8)

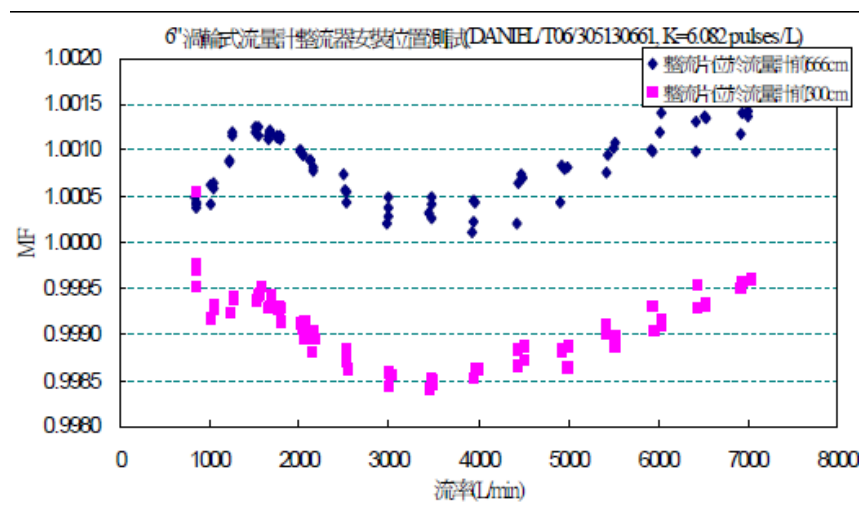


圖 5 渦流式水量計不同流量實測特性曲線圖

四、器差檢定概述

水量計器差檢定是檢測器具的器示值與標準值間之差值，一般由基準器可區分為比較法及衡量法，其中比較法又可分為容積計量比較法及標準流量計比較法，而目前「水量計檢定檢查技術規範」所規定之方法為容積法及衡量法。

表 2 基準器介紹(依試驗方法區分)

試驗方法		基準器
比較法	容積計量比較法	量桶或量槽
	標準流量計比較法	標準流量計
衡量法	衡量法	電子秤(天平)

而依讀值時水量計指示之狀態可區分為靜態法及動態法。

1. 靜態法：水量計指示裝置停止時才讀表的檢驗。
2. 動態法：水量計指示裝置在穩定流動狀態下轉換水流方向時讀表的檢驗。

針對本次研究係依據「水量計檢定檢查技術規範」之要求變異不同因素來探討各因素對水量計器差的影響，有關「水量計檢定檢查技術規範」的一般要求如下：

(一) 檢定、檢查設備：須提出驗證設備之系統具追溯性及不確定度驗證證明。

- 1、標準設備：其包含最小分度值量測誤差的準確度應為檢定檢查水量的 $1 / 500$ 以下，且其容量範圍應依檢定檢查水量計之水量計界定 N 值及等級設置。標準設備得為容積法及衡量法。
- 2、耐壓試驗裝置：該裝置應能提供最大試驗壓力 2 MPa 以上。
- 3、計時裝置：該裝置應能提供最小分度值 0.2 秒以下。

(二) 壓力檢驗時每個水量計都要能夠承受 1.6 MPa 的壓力或標稱壓力 1.6 倍的壓力 1 min 重覆試驗 3 次後，而不會由水量計滲出或損傷。

(三) 水量計流量檢定、檢查之步驟如下：

1. 水量計停止時才讀表的檢驗

- (1) 受檢水量計可以多個串聯同時檢定，於串聯時，其前端及後端應分別留有適當長度之直管。
- (2) 水量計裝妥後，應先通水，排除水量計及管線內之空氣，然後以出水口旋塞（閥）調整檢定流量。水量計進口端管路應保有至少 5 kPa 的正壓力。
- (3) 水量計在流量檢定通水前，應先記錄水量計之指示值及標準設備之指示值。
- (4) 通過檢定體積之水量後，應先關閉水量計出口處之旋塞（閥）以免逆流，隨即關閉進口旋塞，當水流完全靜止時再記錄此時水量計之指示值及標準設備之指示值。

2. 水量計在穩定流動狀態下轉換水流方向時讀表的檢驗

- (1) 受檢水量計可以多個串聯同時檢定，於串聯時，其前端及後端應分別留有適當長度之直管。
- (2) 水量計裝妥後，應先通水，排除水量計及管線內之空氣，然後以出水口旋塞（閥）調整檢定流量。水量計進口端管路應保有至少 5 kPa 的正壓力。
- (3) 水量計在流量檢定通水前，應先記錄水量計之指示值及標準設備之指示值。
- (4) 當水流動穩定後才執行量測。量測開始時用開關將水流轉進校正過之容器而在量測結束時將水流轉開，水量計是在轉動之下讀表。讀取水量計要和水流轉向開

關的動作同步。在容器上收集到的容量是通過的容量。如果水流轉向開關在每一個方向轉動的時間差在 5 % 以內，且其轉動時間應少於檢驗總時間的 1 / 50，則引進到容量的不確定性是可以忽略。

(四) 檢定檢查流量及最少檢定檢查水量

1. 水量計停止時才讀表的檢驗

(1)各種水量計之檢定檢查流量及最少檢定檢查水量如表 5 及表 6 或公式之規定（介於中間標稱口徑之水量計得採用最接近水量計界定 N 值或較大標稱口徑之數值），檢定流量相對變動為 5 % 以下。

表 3 容積型及速度型（水量計界定 N）

	等級	流量		最少檢定檢查水量	
		$q_t \sim 1.1 q_t$ (m^3/h)	$0.9 q_p \sim q_p$ (m^3/h)	$q_t \sim 1.1 q_t$ (L)	$0.9 q_p \sim q_p$ (L)
1.5	A	0.150 ~ 0.165	1.35 ~ 1.5	50	300
	B	0.120 ~ 0.132		50	300
	C	0.0225 ~ 0.0248		20	300
	D	0.01725 ~ 0.01898		10	300
2.5	A	0.250 ~ 0.275	2.25 ~ 2.5	100	300
	B	0.200 ~ 0.220		50	300
	C	0.0375 ~ 0.0413		20	300
	D	0.02875 ~ 0.03163		20	300
3.5	A	0.350 ~ 0.385	3.15 ~ 3.5	100	300
	B	0.280 ~ 0.308		50	300
	C	0.0525 ~ 0.0578		20	300

	D	0.04025 ~ 0.04428		10	300
10	A	1.000 ~ 1.100	9 ~ 10	200	1000
	B	0.800 ~ 0.880		100	1000
	C	0.150 ~ 0.165		50	1000
	D	0.1150 ~ 0.1265		50	1000

表 4 標稱口徑 50 mm 以上之渦流型

標稱口徑 (mm)	流量		最少檢定檢查水量	
	小流 (m ³ / h)	大流 (m ³ / h)	小流 (m ³)	大流 (m ³)
50	10	20	2	5
75	27	54	5	10
100	42	84	10	15
150	95	190	15	30
200	170	340	30	50
250	265	530	50	70
300	380	760	70	90

(2) 如因檢驗設備或水量計之最小分度值不同，該水量計界定 N 值之最少檢定檢查水量得予以增加或減少，但其總測試時間各該流量，不得超過 90 分鐘。

(3) 水量計界定 N 值之最少檢定檢查水量以下列公式代入，分別求得 $qt \sim 1.1 qt$ 和 $0.9 qp \sim qp$ 流量點之最少檢定檢查水量：

$qt \sim 1.1 qt$ 之最少檢定檢查水量=水量計之最小分度值乘以 200 且不小於該流量流過 5 min 之體積。

$0.9 qp \sim qp$ 之最少檢定檢查水量=水量計之最小分度值乘以 200 且不小於該流量流過 5 min 之體積。

2. 水量計在穩定流動狀態下轉換水流方向時讀表的檢驗

- (1) 各種水量計之檢定檢查流量及最少檢定檢查水量如公式及表 7 之規定（介於中間標稱口徑之水量計得採用最接近水量計界定 N 值或較大標稱口徑之數值），檢定流量相對變動為 5 % 以下。
- (2) 水量計界定 N 值之最少檢定檢查水量以下列公式代入，分別求得 $q_t \sim 1.1 q_t$ 和 $0.9 q_p \sim q_p$ 流量點之最少檢定檢查水量，但其總測試時間各該流量，不得超過 90 分鐘：
- (3) $q_t \sim 1.1 q_t$ 之最少檢定檢查水量=水量計之最小分度值乘以 200 且不小於該流量流過 3 min 之體積。
- (4) $0.9 q_p \sim q_p$ 之最少檢定檢查水量=水量計之最小分度值乘以 200 且不小於該流量流過 1 min 之體積。

表 5 標稱口徑 50 mm 以上之渦流型

標稱口徑 (mm)	檢定檢查流量		最少檢定檢查水量	
	小流 (m ³ / h)	大流 (m ³ / h)	小流 (m ³)	大流 (m ³)
50	10	20	0.4	0.4
75	27	54	0.4	0.8
100	42	84	0.6	1.2
150	95	190	4	4
200	170	340	4	4.7
250	265	530	4	7.4
300	380	760	5.3	10.6

- (五) 水量計之器差，係以受檢水量計之顯示值減去通過水之實際體積，然後除以通過水之實際體積算出百分比。

五、檢定比對量測說明：

(一)變異因子的決定：

經多次小組會議探討決定變異因子有：不同檢定設備系統、不同器具廠牌、不同檢定流量、不同的檢定位置，經過數次的隨機測試蒐集數據，再以多因子變異數分析的統計方法來分析數據，判定各因子是否對檢定結果有顯著影響。

1. 不同檢定設備系統：決定以第七組設備(手動模式)、第七組設備(自動模式)及自來水公司北區水表修理場設備等 3 套不同檢定設備系統。
2. 不同器具廠牌：配合 3 套檢定設備系統皆可測試，水量計選用標稱口徑 20mm 機械表，廠牌分別為銓準(WME)及儀鎮(YI) 2 家不同器具廠牌。
3. 不同檢定流量：檢定流量選用水量計檢定檢查技術規範中之檢定流量 $q_t \sim 1.1q_t$ (0.200~0.220 m^3/h)及 $0.9q_t \sim q_t$ (2.25~2.5 m^3/h)。
4. 不同的檢定位置：於檢定設備系統中選用 2 個固定不同位置，水水量計以互換調動方式安裝於檢定設備系統中之不同位置測試器差。

備註：第七組設備手動模式與自動模式之說明：

1. 手動模式：標準量槽之進水控制、水位控制及收集水量讀值皆由人工操作、紀錄及結果計算。
2. 自動模式：標準量槽之進水控制、水位控制及收集水量讀值皆由電腦操作、紀錄及結果計算。

(二)資料的統計與分析

若有 K 個常態分配母體資料，欲比較此 K 個母體的母體平均數(, $I=1, 2, \dots, K$)是否相等或因子對依變數是否有影響時，當 $K \geq 3$ ，適用統計上之「變異數分析」進行檢定，也就是說變異數分析是用於檢定三個或三個以上的母體平均數是否相等，或檢定因子對依變數是否有影響的統計方法。

- 1、**變異數分析** (Analysis of Variance; ANOVA)：是一種統計分析的方法，係將一組資料所發生的總變異，依可能發生變異的來源分割為數個部分，每一個部分均可歸因於某原因（即變異來源）；測度這些不同的來源，可了解各種變異是否有顯著的差異；若有差異，則表示某一變異來源對資料具有顯著的影響作用，否則便無影響作用。
- 2、**實驗設計** (Experimental Design)：在本實際的決策過程中，我們面臨如下的問題：比較 2 個位置上的檢定的差異、比較 3 套檢定設備的差異、比較 2 種廠牌水量計及 2 種不同流量的檢定的差異，對於這類問題，我們必須進行實驗，搜集資料，然後利用統計分析導出結論。這種搜集資料的方式，稱之為實驗設計。
- 3、**實驗單位** (Experimental Unit)：即實驗設計中所衡量的基本單位。
- 4、**因子** (Factor)：在不同條件下衡量實驗單位的觀察值，這些不同的條件即為所謂之“因子”。
- 5、**水準** (Level)：各因子之不同表現程度即為“水準”。
- 6、**處理方式** (Treatment)：不同因子的某種特定水準組合稱為“處理方式”。
- 7、**離差** (Deviation)：任一觀察值與其平均數的差，即 $(x_i - \bar{X})$ 。
- 8、**變異** (Variation)：離差的平方，即 $(x_i - \bar{X})^2$ ；若將所有變異加總，即構成“離差的平方和 (Sum of Square for Deviation)”，以“SS”表示之。
- 9、**變異數** (Variance)：離差的平方和 (SS) 除以自由度謂之。例如樣本變異數 $S^2 = \sum(x_i - \bar{X})^2 / n - 1$

因本實驗設計是針對位置、檢定設備、廠牌及流量等四個因子，對於水量計器差檢定結果是否有影響，因此適用統計上之「變異數分析」進行檢定，為方便說明，以下謹將四因子變異數分析檢定過程進行推導。

(三)四因子模式的分析

1、模式的建立與分析

設 A, B, C, D 四因子分別各有 a, b, c, d 個水準。若 y_{ijklm} 表示因子 A 在第 i 水準 ($i=1, 2, 3, \dots, a$)，因子 B 在第 j 水準 ($j=1, 2, 3, \dots, b$)，因子 C 在第 k ($k=1, 2, 3, \dots, c$) 水準，因子 D 在第 l 水準 ($l=1, 2, 3, \dots, d$) 的第 m 個觀察值， μ_{ijkl} 表示因子 A 的 i 水準，因子 B 的 j 水準，因子 C 的 k 水準，因子 D 的 l 水準所組成處理均值，在固定效果模式下， y_{ijklm} 可視為由第 (i, j, k, l) 母體抽出的樣本，而可表示成：

$$y_{ijklm} = \mu_{ijkl} + \varepsilon_{ijklm}$$

將 μ_{ijkl} 表示為各個因子效果的加總，則四因子固定效果模型為

$$y_{ijklm} = \mu + \alpha_i + \beta_j + \gamma_k + \lambda_l + (\alpha\beta)_{ij} + (\alpha\gamma)_{ik} + (\alpha\lambda)_{il} + (\beta\gamma)_{jk} + (\beta\lambda)_{jl} + (\gamma\lambda)_{kl} + (\alpha\beta\gamma)_{ijk} + (\alpha\beta\lambda)_{ijl} + (\alpha\gamma\lambda)_{ikl} + (\beta\gamma\lambda)_{jkl} + (\alpha\beta\gamma\lambda)_{ijkl} + \varepsilon_{ijklm}$$

$$i=1, 2, 3, \dots, a; \quad j=1, 2, 3, \dots, b; \quad k=1, 2, 3, \dots, c;$$

$$l=1, 2, 3, \dots, d; \quad m=1, 2, 3, \dots, n$$

其中 μ 為總平均值一常數

$\alpha_i = \mu_{i...} - \mu$ 表示因子 A 在第 i 水準時的主效果， $i=1, 2, 3, \dots, a$

$\beta_j = \mu_{.j..} - \mu$ 表示因子 B 在第 j 水準時的主效果， $j=1, 2, 3, \dots, b$

$\gamma_k = \mu_{...k.} - \mu$ 表示因子 C 在第 k 水準時的主效果， $k=1, 2, 3, \dots, c$

$\lambda_l = \mu_{...l} - \mu$ 表示因子 D 在第 l 水準時的主效果， $l=1, 2, 3, \dots, d$

$(\alpha\beta)_{ij} = \mu_{ij..} - \mu_{i...} - \mu_{.j..} + \mu$ 表示因子 A 在第 i 水準與因子 B 在第 j 水準時的交互作用效果。

$(\alpha\gamma)_{ik} = \mu_{i.k.} - \mu_{i...} - \mu_{...k.} + \mu$ 表示因子 A 在第 i 水準與因子 C 在第 k 水準時的交互作用效果。

$(\alpha\lambda)_{il} = \mu_{i...l} - \mu_{i...} - \mu_{...l} + \mu$ 表示因子 A 在第 i 水準與因子 D 在第 l 水準時的交互作用效果。

$(\beta\gamma)_{jk} = \mu_{.jk.} - \mu_{.j..} - \mu_{...k.} + \mu$ 表示因子 B 在第 j 水準與因子 C 在第 k 水準時的交互作用效果。

$(\beta\lambda)_{jl} = \mu_{.j..l} - \mu_{.j..} - \mu_{...l} + \mu$ 表示因子 B 在第 j 水準與因子 D 在第 l

水準時的交互作用效果。

$(\gamma\lambda)_{kl} = \mu_{\cdot\cdot kl} - \mu_{\cdot\cdot k\cdot} - \mu_{\cdot\cdot\cdot l} + \mu$ 表示因子 C 在第 k 水準與因子 D 在第 l 水準時的交互作用效果。

$(\alpha\beta\gamma)_{ijk} = \mu_{ijk\cdot} - \mu_{ij\cdot\cdot} - \mu_{i\cdot k\cdot} - \mu_{\cdot jk\cdot} - \mu_{i\cdot\cdot\cdot} - \mu_{\cdot j\cdot\cdot} - \mu_{\cdot\cdot k\cdot} + \mu$ 表示因子 A 在第 i 水準，因子 B 的第 j 水準，因子 C 的第 k 水準時的交互作用效果。

$(\alpha\beta\lambda)_{ijl} = \mu_{ij\cdot l} - \mu_{ij\cdot\cdot} - \mu_{i\cdot\cdot l} - \mu_{\cdot j\cdot l} - \mu_{i\cdot\cdot\cdot} - \mu_{\cdot j\cdot\cdot} - \mu_{\cdot\cdot\cdot l} + \mu$ 表示因子 A 在第 i 水準，因子 B 的第 j 水準，因子 D 的第 l 水準時的交互作用效果。

$(\alpha\gamma\lambda)_{ikl} = \mu_{ijk\cdot} - \mu_{ij\cdot\cdot} - \mu_{i\cdot k\cdot} - \mu_{\cdot jk\cdot} - \mu_{i\cdot\cdot\cdot} - \mu_{\cdot\cdot k\cdot} - \mu_{\cdot\cdot\cdot l} + \mu$ 表示因子 A 在第 i 水準，因子 B 的第 j 水準，因子 D 的第 l 水準時的交互作用效果。

$(\beta\gamma\lambda)_{jkl} = \mu_{\cdot jkl} - \mu_{\cdot jk\cdot} - \mu_{\cdot j\cdot l} - \mu_{\cdot\cdot kl} - \mu_{\cdot j\cdot\cdot} - \mu_{\cdot\cdot k\cdot} - \mu_{\cdot\cdot\cdot l} + \mu$ 表示因子 B 在第 j 水準，因子 C 的第 k 水準，因子 D 的第 l 水準時的交互作用效果。

$(\alpha\beta\gamma\lambda)_{ijkl} = \mu_{ijkl} - \mu_{ijk\cdot} - \mu_{ij\cdot l} - \mu_{i\cdot kl} - \mu_{\cdot jkl} - \mu_{ij\cdot\cdot} - \mu_{i\cdot k\cdot} - \mu_{i\cdot\cdot l} - \mu_{\cdot jk\cdot} - \mu_{\cdot j\cdot l} - \mu_{\cdot\cdot kl} - \mu_{i\cdot\cdot\cdot} - \mu_{\cdot j\cdot\cdot} - \mu_{\cdot\cdot k\cdot} - \mu_{\cdot\cdot\cdot l} + \mu$ 表示因子 A 在第 i 水準，因子 B 在第 j 水準，因子 C 的第 k 水準，因子 D 的第 l 水準時的交互作用效果。

ε_{ijklm} = 因子 A 在第 i 水準，因子 B 在第 j 水準，因子 C 的第 k 水準，因子 D 的第 l 水準時，第 m 個觀測值的隨機誤差。

而以上所有參數都必需滿足以下限制式

$$\begin{aligned} \sum_{i=1}^a \alpha_i &= \sum_{j=1}^b \beta_j = \sum_{k=1}^c \gamma_k = \sum_{l=1}^d \lambda_l = 0 \\ \sum_{i=1}^a \alpha\beta_{ij} &= \sum_{j=1}^b \alpha\beta_{ij} = \sum_{i=1}^a \alpha\gamma_{ik} = \sum_{k=1}^c \alpha\gamma_{ik} = \sum_{i=1}^a \alpha\lambda_{il} = \sum_{l=1}^d \alpha\lambda_{il} = 0 \\ \sum_{j=1}^b \beta\gamma_{jk} &= \sum_{k=1}^c \beta\gamma_{jk} = \sum_{j=1}^b \beta\lambda_{jl} = \sum_{l=1}^d \beta\lambda_{jl} = \sum_{c=1}^k \gamma\lambda_{il} = \sum_{l=1}^d \gamma\lambda_{il} = 0 \\ \sum_{i=1}^a \alpha\beta\gamma_{ijk} &= \sum_{j=1}^b \alpha\beta\gamma_{ijk} = \sum_{k=1}^c \alpha\beta\gamma_{ijk} = \sum_{i=1}^a \alpha\gamma\lambda_{ikl} = \sum_{j=1}^b \alpha\gamma\lambda_{ikl} = \sum_{k=1}^c \alpha\gamma\lambda_{ikl} = 0 \end{aligned}$$

$$\sum_{i=1}^a \alpha \gamma \lambda_{ijl} = \sum_{j=1}^b \alpha \gamma \lambda_{ijl} = \sum_{k=1}^c \alpha \beta \lambda_{ijl} = \sum_{i=1}^a \beta \gamma \lambda_{jkl} = \sum_{j=1}^b \beta \gamma \lambda_{jkl} = \sum_{k=1}^c \beta \gamma \lambda_{jkl} = 0$$

$$\sum_{i=1}^a \alpha \beta \gamma \lambda_{ijkl} = \sum_{j=1}^b \alpha \beta \gamma \lambda_{ijkl} = \sum_{k=1}^c \alpha \beta \gamma \lambda_{ijkl} = \sum_{l=1}^d \alpha \beta \gamma \lambda_{ijkl} = 0$$

基本假設

(1) $\varepsilon_{ijklm} \sim N(0, \sigma^2)$ 。

(2) ε_{ijklm} 互相獨立。

$i=1, 2, 3, \dots, a$; $j=1, 2, 3, \dots, b$; $k=1, 2, 3, \dots, c$; $l=1, 2, 3, \dots, d$;
 $m=1, 2, 3, \dots, n$ 。

(3) 變異數齊一性 (所有因子的母體變異數皆為 σ^2)。

(4) $y_{ijklm} \sim N(\mu_{ijkl}, \sigma^2)$

2、檢定步驟

(1) 總變異的分割

總變異(SST)與各因子的變異來源關係可以用以下方程式來表示：

$$\begin{aligned} SST = & SS_A + SS_B + SS_C + SS_D + SS_{A*B} + SS_{A*C} + SS_{A*D} + SS_{B*C} + SS_{B*D} \\ & + SS_{C*D} + SS_{A*B*C} + SS_{A*B*D} + SS_{A*C*D} + SS_{B*C*D} + SS_{A*B*C*D} \\ & + SSE \end{aligned}$$

即表示總變異(SST)來源是由各因子的變異、交互作用變異及誤差(SSE)組合而成，各部分變異簡捷法計算公式如下：

$$\text{總變異 SST} = \sum_{i=1}^a \sum_{j=1}^b \sum_{k=1}^c \sum_{l=1}^d \sum_{m=1}^e y_{ijklm}^2 - \frac{y_{\dots}^2}{abcdn}$$

各因子變異簡捷法計算公式如下：

$$SS_A = \sum_{i=1}^a \frac{Y_{i\dots}^2}{nbcd} - \frac{y_{\dots}^2}{abcdn} \quad SS_B = \sum_{j=1}^b \frac{Y_{\cdot j\dots}^2}{nacd} - \frac{y_{\dots}^2}{abcdn}$$

$$SS_C = \sum_{k=1}^c \frac{y_{\dots k \dots}^2}{nabd} - \frac{y_{\dots \dots}^2}{abcdn} \quad SS_D = \sum_{l=1}^d \frac{y_{\dots l \dots}^2}{nabc} - \frac{y_{\dots \dots}^2}{abcdn}$$

再過來計算各因子間交互作用變異，要注意的是先計算出交互作用的均方值，再減掉重複計算的因子變異或交互作用變異，各因子間交互作用變異簡捷法計算公式如下：

$$SS_{A*B} = \sum_{i=1}^a \sum_{j=1}^b \frac{y_{ij\dots}^2}{ncd} - \frac{y_{\dots \dots}^2}{abcdn} - SS_A - SS_B$$

$$SS_{A*C} = \sum_{j=1}^b \sum_{k=1}^c \frac{y_{i\cdot k \dots}^2}{nbd} - \frac{y_{\dots \dots}^2}{abcdn} - SS_A - SS_C$$

$$SS_{A*D} = \sum_{i=1}^a \sum_{l=1}^d \frac{y_{i\dots l \dots}^2}{nbc} - \frac{y_{\dots \dots}^2}{abcdn} - SS_A - SS_D$$

$$SS_{B*C} = \sum_{j=1}^b \sum_{k=1}^c \frac{y_{\cdot jk \dots}^2}{nad} - \frac{y_{\dots \dots}^2}{abcdn} - SS_B - SS_C$$

$$SS_{B*D} = \sum_{j=1}^b \sum_{l=1}^d \frac{y_{\cdot j \dots l \dots}^2}{nac} - \frac{y_{\dots \dots}^2}{abcdn} - SS_B - SS_D$$

$$SS_{C*D} = \sum_{k=1}^c \sum_{l=1}^d \frac{y_{\cdot jk \dots}^2}{nab} - \frac{y_{\dots \dots}^2}{abcdn} - SS_C - SS_D$$

$$SS_{A*B*C} = \sum_{i=1}^a \sum_{j=1}^b \sum_{k=1}^c \frac{y_{ijk\dots}^2}{nd} - \frac{y_{\dots \dots}^2}{abcdn} - SS_A - SS_B - SS_C - SS_{A*B} - SS_{A*C} - SS_{B*C}$$

$$SS_{A*B*D} = \sum_{i=1}^a \sum_{j=1}^b \sum_{l=1}^d \frac{y_{ij\dots l \dots}^2}{nc} - \frac{y_{\dots \dots}^2}{abcdn} - SS_A - SS_B - SS_D - SS_{A*B} - SS_{A*D} - SS_{B*D}$$

$$SS_{A*C*D} = \sum_{i=1}^a \sum_{k=1}^c \sum_{l=1}^d \frac{y_{i\cdot k \dots l \dots}^2}{nb} - \frac{y_{\dots \dots}^2}{abcdn} - SS_A - SS_C - SS_D - SS_{A*C} - SS_{A*D} - SS_{C*D}$$

$$SS_{B*C*D} = \sum_{j=1}^b \sum_{k=1}^c \sum_{l=1}^d \frac{y_{\cdot jkl \cdot}^2}{na} - \frac{y^2 \dots}{abcdn} - SS_B - SS_C - SS_D - SS_{B*C} - SS_{B*D} - SS_{C*D}$$

$$SS_{A*B*C*D} = \sum_{i=1}^a \sum_{j=1}^b \sum_{k=1}^c \sum_{l=1}^d \frac{y_{ijkl \cdot}^2}{n} - \frac{y^2 \dots}{abcdn} - SS_A - SS_B - SS_C - SS_D - SS_{A*B} - SS_{A*C} - SS_{A*D} - SS_{B*C} - SS_{B*D} - SS_{C*D} - SS_{A*B*C} - SS_{A*B*D} - SS_{A*C*D} - SS_{B*C*D}$$

$$\text{誤差計算公式 } SSE = SST - \sum_{i=1}^a \sum_{j=1}^b \sum_{k=1}^c \sum_{l=1}^d \frac{y_{ijkl \cdot}^2}{n} - \frac{y^2 \dots}{abcdn}$$

(2) 建立假設

對每一個因子及各因子間交互作用分別建立兩個假設

$$H_0: \text{所有的 } x_{\eta} = 0$$

$$H_1: \text{至少有一個 } x_{\eta} \neq 0$$

設檢定水準為 α ，將求得檢定值 F_0 與 $F_{\alpha}(V_1, V_2)$ 做比較，若 $F_0 \geq F_{\alpha}(V_1, V_2)$ 則拒絕虛無假設， $F_0 < F_{\alpha}(V_1, V_2)$ 則接受虛無假設 H_0 ，其中 $F_{\alpha}(V_1, V_2)$ 值可由查表得知，目前許多統計教學網站也有提供 F 分配值的查詢網頁，只需輸入 V_1, V_2, α 就可求得所需的數值。四因子檢定公式及拒絕域推導如下表。

表6 四因子變異數分析檢定公式表

統計假設	檢定統計量	拒絕域
$H_0: \text{所有 } \alpha_i = 0$ $H_1: \text{至少有一個 } \alpha_i \neq 0$	$F_0 = \frac{MS_A}{MSE}$	$F_0 = \frac{MS_A}{MSE} \geq F_{\alpha}[a-1, abcd(n-1)]$
$H_0: \text{所有 } \beta_i = 0$ $H_1: \text{至少有一個 } \beta_i \neq 0$	$F_0 = \frac{MS_B}{MSE}$	$F_0 = \frac{MS_B}{MSE} \geq F_{\alpha}[b-1, abcd(n-1)]$
$H_0: \text{所有 } \gamma_i = 0$ $H_1: \text{至少有一個 } \gamma_i \neq 0$	$F_0 = \frac{MS_C}{MSE}$	$F_0 = \frac{MS_C}{MSE} \geq F_{\alpha}[c-1, abcd(n-1)]$
$H_0: \text{所有 } \lambda_i = 0$ $H_1: \text{至少有一個 } \lambda_i \neq 0$	$F_0 = \frac{MS_D}{MSE}$	$F_0 = \frac{MS_D}{MSE} \geq F_{\alpha}[d-1, abcd(n-1)]$
$H_0: \text{所有 } (\alpha\beta)_{ij} = 0$ $H_1: \text{至少有一個 } (\alpha\beta)_{ij} \neq 0$	$F_0 = \frac{MS_{AB}}{MSE}$	$F_0 = \frac{MS_{AB}}{MSE} \geq F_{\alpha}[(a-1)(b-1), abcd(n-1)]$

H_0 : 所有 $(\alpha\gamma)_{ik} = 0$	$F_0 = \frac{MS_{AC}}{MSE}$	$F_0 = \frac{MS_{AC}}{MSE} \geq F_\alpha [(a-1)(c-1), abcd(n-1)]$
H_1 : 至少有一個 $(\alpha\gamma)_{ik} \neq 0$		
H_0 : 所有 $(\alpha\lambda)_{il} = 0$	$F_0 = \frac{MS_{AD}}{MSE}$	$F_0 = \frac{MS_{AD}}{MSE} \geq F_\alpha [(a-1)(d-1), abcd(n-1)]$
H_1 : 至少有一個 $(\alpha\lambda)_{il} \neq 0$		
H_0 : 所有 $(\beta\gamma)_{jk} = 0$	$F_0 = \frac{MS_{BC}}{MSE}$	$F_0 = \frac{MS_{BC}}{MSE} \geq F_\alpha [(b-1)(c-1), abcd(n-1)]$
H_1 : 至少有一個 $(\beta\gamma)_{jk} \neq 0$		
H_0 : 所有 $(\beta\lambda)_{jl} = 0$	$F_0 = \frac{MS_{BD}}{MSE}$	$F_0 = \frac{MS_{BD}}{MSE} \geq F_\alpha [(b-1)(d-1), abcd(n-1)]$
H_1 : 至少有一個 $(\beta\lambda)_{jl} \neq 0$		
H_0 : 所有 $(\gamma\lambda)_{kl} = 0$	$F_0 = \frac{MS_{CD}}{MSE}$	$F_0 = \frac{MS_{CD}}{MSE} \geq F_\alpha [(c-1)(d-1), abcd(n-1)]$
H_1 : 至少有一個 $(\gamma\lambda)_{kl} \neq 0$		
H_0 : 所有 $(\alpha\beta\gamma)_{ijk} = 0$	$F_0 = \frac{MS_{ABC}}{MSE}$	$F_0 = \frac{MS_{ABC}}{MSE} \geq F_\alpha [(a-1)(b-1)(c-1), abcd(n-1)]$
H_1 : 至少有一個 $(\alpha\beta\gamma)_{ijk} \neq 0$		
H_0 : 所有 $(\alpha\beta\lambda)_{ijl} = 0$	$F_0 = \frac{MS_{ABD}}{MSE}$	$F_0 = \frac{MS_{ABD}}{MSE} \geq F_\alpha [(a-1)(b-1)(d-1), abcd(n-1)]$
H_1 : 至少有一個 $(\alpha\beta\lambda)_{ijl} \neq 0$		
H_0 : 所有 $(\alpha\gamma\lambda)_{ikl} = 0$	$F_0 = \frac{MS_{ACD}}{MSE}$	$F_0 = \frac{MS_{ACD}}{MSE} \geq F_\alpha [(a-1)(c-1)(d-1), abcd(n-1)]$
H_1 : 至少有一個 $(\alpha\gamma\lambda)_{ikl} \neq 0$		
H_0 : 所有 $(\beta\gamma\lambda)_{jkl} = 0$	$F_0 = \frac{MS_{BCD}}{MSE}$	$F_0 = \frac{MS_{BCD}}{MSE} \geq F_\alpha [(b-1)(c-1)(d-1), abcd(n-1)]$
H_1 : 至少有一個 $(\beta\gamma\lambda)_{jkl} \neq 0$		

(3) 建立變異數分析表

將簡捷法計算所得之值填入SS欄位中，然後再除以自由度df即可求得MS值，最後將MS除以誤差(SSE)即可求得統計檢定值 F_0 。

表 7 四因子變異數分析表

變異來源	SS	df	MS	F_0
因子 A	SS_A	a-1	$\frac{SS_A}{a-1}$	$\frac{MS_A}{MSE}$
因子 B	SS_B	b-1	$\frac{SS_B}{b-1}$	$\frac{MS_B}{MSE}$
因子 C	SS_C	c-1	$\frac{SS_C}{c-1}$	$\frac{MS_C}{MSE}$
因子 D	SS_D	d-1	$\frac{SS_D}{d-1}$	$\frac{MS_D}{MSE}$
因子 A * B	SS_{A*B}	(a-1)(b-1)	$\frac{SS_{A*B}}{(a-1)(b-1)}$	$\frac{MS_{A*B}}{MSE}$

因子 A*C	SS_{A*C}	$(a-1)(c-1)$	$\frac{SS_{A*C}}{(a-1)(c-1)}$	$\frac{MS_{A*C}}{MSE}$
因子 A *D	SS_{A*D}	$(a-1)(d-1)$	$\frac{SS_{A*D}}{(a-1)(d-1)}$	$\frac{MS_{A*D}}{MSE}$
因子 B*C	SS_{B*C}	$(b-1)(c-1)$	$\frac{SS_{B*C}}{(b-1)(c-1)}$	$\frac{MS_{B*C}}{MSE}$
因子 B*D	SS_{B*D}	$(b-1)(d-1)$	$\frac{SS_{B*D}}{(b-1)(d-1)}$	$\frac{MS_{B*D}}{MSE}$
因子 C*D	SS_{C*D}	$(c-1)(d-1)$	$\frac{SS_{C*D}}{(c-1)(d-1)}$	$\frac{MS_{C*D}}{MSE}$
因子 A*B *C	SS_{A*B*C}	$(a-1)(b-1)(c-1)$	$\frac{SS_{A*B*C}}{(a-1)(b-1)(c-1)}$	$\frac{MS_{A*B*C}}{MSE}$
因子 A *B*D	SS_{A*B*D}	$(a-1)(b-1)(d-1)$	$\frac{SS_{A*B*D}}{(a-1)(b-1)(d-1)}$	$\frac{MS_{A*B*D}}{MSE}$
因子 A*C *D	SS_{A*C*D}	$(a-1)(c-1)(d-1)$	$\frac{SS_{A*C*D}}{(a-1)(c-1)(d-1)}$	$\frac{MS_{A*C*D}}{MSE}$
因子 B*C *D	SS_{B*C*D}	$(b-1)(c-1)(d-1)$	$\frac{SS_{B*C*D}}{(b-1)(c-1)(d-1)}$	$\frac{MS_{B*C*D}}{MSE}$
因子 A*B *C*D	$SS_{A*B*C*D}$	$(a-1)(b-1)(c-1)(d-1)$	$\frac{SS_{A*B*C*D}}{(a-1)(b-1)(c-1)(d-1)}$	$\frac{MS_{A*B*C*D}}{MSE}$
誤差	SSE	$abcd(n-1)$	$\frac{SSE}{abcd(n-1)}$	
總和	SST	$abcdn-1$.	

(四)測試時應注意事項：

1. 測試方法依「水量計檢定檢查技術規範」進行檢測。
2. 測試前先檢視使用之檢定設備系統的標準器是否在追溯有效期間內。
3. 核對水量計器號，依設計測試位置安裝於檢定設備系統之相對位置上。

六、檢測結果統計分析

兩組比較常用的 T 檢定，若 T 檢定用在於多組因子比較時會導致多重比較 (multiple comparisons) 產生問題而致使第一型錯誤 (Type one error) 的機會增高，所以本研究利用多因子變異數分析的統計方法來分析前述變異因子對檢定結果的影響。變異數分析是依靠 F-分布為機率分布的依據，利用平方和 (Sum of square) 與自由度 (Degree of freedom) 所計算的組間與組內均方 (Mean of square) 估計出 F 值，若有顯著差異則考量進行事後比較 (多重比較) (Multiple comparison)，用於探討其各組之間的差異為何。變異數分析之統計分析假設通常會依照各種模式型態不同而有差異，但廣義而言，變異數分析需有三大前提假設：

- ☆ 各組樣本背後所隱含的族群分布必須為常態分布或者是逼近常態分布。
- ☆ 各組樣本必須獨立。
- ☆ 族群的變異數必須相等。

(一) 模式的建立與分析

首先選定置於第 1 位置及第 8 位置兩家不同廠牌水量計，在三套檢定設備系統量測的器差值作分析，另位置為因子 A、設備為因子 B、廠牌為因子 C 及流量為因子 D，其他基本假設皆與前一節模式相同。首先將數據彙總如下表：

表 8 水量計器差檢定資料表

實驗室(B)	第七組設備(手動)j=1				第七組設備(自動)j=2				自來水公司北區水表修理場 j=3			
	廠牌(WME)A k=1		廠牌(YI)H k=2		廠牌(WME)A k=1		廠牌(YI)H k=2		廠牌(WME)A k=1		廠牌(YI)H k=2	
流量(D)	大流 1=1	中流 1=2	大流 1=1	中流 1=2	大流 1=1	中流 1=2	大流 1=1	中流 1=2	大流 1=1	中流 1=2	大流 1=1	中流 1=2
位置(A)1	0.70	1.40	1.73	1.40	0.56	1.02	1.58	0.71	0.77	1.00	1.70	1.40
(1)	0.73	1.40	1.80	1.40	0.66	0.74	1.56	0.83	0.70	1.20	1.67	1.40
i=1	0.77	1.40	1.77	1.00	0.59	0.71	1.69	1.09	0.76	1.00	1.69	1.20
位置(A)2	0.90	1.40	1.77	1.40	0.79	0.51	1.48	1.22	0.87	1.00	1.77	1.00
(8)	0.97	1.20	1.73	1.20	0.80	0.63	1.58	0.94	0.70	1.00	1.73	1.20
i=2	0.83	1.20	1.77	1.20	0.76	0.89	1.68	0.91	0.76	0.80	1.66	1.80

為了運算方便考慮因子間交互作用，將各處理及各水準的觀測值加總後可得下表：

表 9 觀察值加總計算表

		1=1			1=2			加總 1		
j=1								j=1		
k=1								k=1		
	I=1	2.20	4.20	6.40				I=1	2.20	4.20
	I=2	2.70	3.80	6.50				I=2	2.70	3.80
				12.9						
		4.90	8.00	0					4.90	8.00
k=2								k=2		
	I=1	5.30	3.80	9.10				I=1	5.30	3.80
	I=2	5.27	3.80	9.07				I=2	5.27	3.80
		10.5		18.1						
		7	7.60	7					10.57	7.60
I 加總								I 加總		
				15.5						
	I=1	7.50	8.00	0				I=1	7.50	8.00
				15.5						
	I=2	7.97	7.60	7				I=2	7.97	7.60
		15.4		31.0						
		7	15.60	7					15.47	15.60
j=2								j=2		
k=1								k=1		
	I=1	1.81	2.47	4.28				I=1	1.81	2.47
	I=2	2.35	2.03	4.38				I=2	2.35	2.03
		4.16	4.50	8.66					4.16	4.50
k=2								k=2		
	I=1	4.83	2.63	7.46				I=1	4.83	2.63
	I=2	4.74	3.07	7.81				I=2	4.74	3.07
				15.2						
		9.57	5.70	7					9.57	5.70
I 加總								I 加總		
				11.7						
	I=1	6.64	5.10	4				I=1	6.64	5.10
				12.1						
	I=2	7.09	5.10	9				I=2	7.09	5.10

		13.7		23.9				
		3	10.20	3			13.73	10.20
j=3					j=3			
	k=1					k=1		
	I=1	2.23	3.20	5.43		I=1	2.23	3.20
	I=2	2.33	2.80	5.13		I=2	2.33	2.80
		4.56	6.00	10.56			4.56	6.00
	k=2					k=2		
	I=1	5.06	4.00	9.06		I=1	5.06	4.00
	I=2	5.16	4.00	9.16		I=2	5.16	4.00
		10.2						
		2	8.00	18.22			10.22	8.00
	I 加總					I 加總		
	I=1	7.29	7.20	14.49		I=1	7.29	7.20
	I=2	7.49	6.80	14.29		I=2	7.49	6.80
		14.7						
		8	14.00	28.78			14.78	14.00
加總 k					加總 k			
	k=1					k=1		
	I=1	6.24	9.87	16.11		I=1	6.24	9.87
	I=2	7.38	8.63	16.01		I=2	7.38	8.63
		13.6						
		2	18.50	32.12			13.62	18.50
	k=2					k=2		
		15.1						
	I=1	9	10.43	25.62		I=1	15.19	10.43
		15.1						
	I=2	7	10.87	26.04		I=2	15.17	10.87
		30.36	21.30	51.66			30.36	21.30
加總 j					加總 j			
		21.4						
	I=1	3	20.30	41.73		I=1	21.43	20.30
		22.5						
	I=2	5	19.50	42.05		I=2	22.55	19.50
		43.98	39.80	83.78			43.98	39.80

(二)、檢定步驟

1. 總變異的分割

總變異(SST)與各因子的變異來源關係可以用以下方程式來表示：

$$\begin{aligned} SST = & SS_A + SS_B + SS_C + SS_D + SS_{A*B} + SS_{A*C} + SS_{A*D} + SS_{B*C} + SS_{B*D} \\ & + SS_{C*D} + SS_{A*B*C} + SS_{A*B*D} + SS_{A*C*D} + SS_{B*C*D} + SS_{A*B*C*D} \\ & + SSE \end{aligned}$$

各因子及交互作用的 SS 值依簡捷法公式計算如下，要注意的是所需的數據只需要從觀察值加總計算表中查詢就可以，不需要另外計算。

總變異 S S T 計算如下：

$$\begin{aligned} SST &= \sum_{i=1}^a \sum_{j=1}^b \sum_{k=1}^c \sum_{l=1}^d \sum_{m=1}^e y_{ijklm}^2 - \frac{y_{\dots}^2}{abcdn} \\ &= [(0.70)^2 + (0.73)^2 + (0.77)^2] + \dots \\ &\quad + (1.00)^2 + (1.20)^2 + (1.80)^2 - \frac{(83.78)^2}{72} \\ &= 11.0509 \end{aligned}$$

各因子變異計算如下

$$\begin{aligned} SS_A &= \sum_{i=1}^a \frac{y_{i\dots}^2}{nbcd} - \frac{y_{\dots}^2}{abcdn} = \frac{(41.73)^2 + (42.05)^2}{36} - \frac{(83.78)^2}{72} \\ &= 0.0014 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} SS_B &= \sum_{j=1}^b \frac{y_{\cdot j\dots}^2}{nacd} - \frac{y_{\dots}^2}{abcdn} = \frac{(31.07)^2 + (23.98)^2 + (28.78)^2}{24} - \frac{(83.78)^2}{72} \\ &= 1.1076 \end{aligned}$$

$$SS_C = \sum_{k=1}^c \frac{y_{\cdot\cdot k\dots}^2}{nabd} - \frac{y_{\dots}^2}{abcdn} = \frac{(32.12)^2 + (51.66)^2}{36} - \frac{(83.78)^2}{72}$$

$$= 5.3029$$

$$SS_D = \sum_{l=1}^d \frac{y_{...l}^2}{nabc} - \frac{y^2_{.....}}{abcdn} = \frac{(43.98)^2 + (39.80)^2}{36} - \frac{(83.78)^2}{72} = 0.2427$$

各因子間交互作用計算如下：

$$SS_{AB} = \sum_{i=1}^a \sum_{j=1}^b \frac{y_{ij...}^2}{ncd} - \frac{y^2_{.....}}{abcdn}$$

$$= \frac{(15.50)^2 + (15.57)^2 + (11.74)^2 + (12.19)^2 + (14.49)^2 + (14.29)^2}{12} - \frac{(83.78)^2}{72}$$

$$= 1.1179$$

$$SS_{A*B} = SS_{AB} - SS_A - SS_B = 1.1179 - 0.0014 - 1.1076 = 0.0089$$

$$SS_{AC} = \sum_{j=1}^b \sum_{k=1}^c \frac{y_{i.jk..}^2}{nbd} - \frac{y^2_{.....}}{abcdn}$$

$$= \frac{(16.11)^2 + (16.01)^2 + (25.62)^2 + (26.04)^2}{18} - \frac{(83.78)^2}{72} = 5.3081$$

$$SS_{A*C} = SS_{AC} - SS_A - SS_C = 5.3081 - 0.0014 - 5.3029 = 0.0038$$

$$SS_{AD} = \sum_{i=1}^a \sum_{l=1}^d \frac{y_{i..l.}^2}{nbc} - \frac{y^2_{.....}}{abcdn}$$

$$= \frac{(21.43)^2 + (20.30)^2 + (22.55)^2 + (19.50)^2}{18} - \frac{(83.78)^2}{72} = 0.2953$$

$$SS_{A*D} = SS_{AD} - SS_A - SS_D = 0.2953 - 0.0014 - 0.2427 = 0.0512$$

$$SS_{BC} = \sum_{j=1}^b \sum_{k=1}^c \frac{y_{.jk..}^2}{nad} - \frac{y^2_{.....}}{abcdn}$$

$$= \frac{(12.90)^2 + (18.17)^2 + (8.66)^2 + (15.27)^2 + (10.56)^2 + (18.22)^2}{12} - \frac{(83.78)^2}{72}$$

$$= 6.5301$$

$$SS_{B*C} = SS_{BC} - SS_B - SS_C = 6.5301 - 1.1076 - 5.3029 = 0.1196$$

$$\begin{aligned} SS_{BD} &= \sum_{j=1}^b \sum_{l=1}^d \frac{y_{\cdot j \cdot l \cdot}^2}{nac} - \frac{y^2 \dots}{abcdn} \\ &= \frac{(15.47)^2 + (15.60)^2 + (13.73)^2 + (10.20)^2 + (14.78)^2 + (14.00)^2}{12} - \frac{(83.78)^2}{72} \\ &= 1.6528 \end{aligned}$$

$$SS_{B*D} = SS_{BD} - SS_B - SS_D = 1.6528 - 1.1076 - 0.2427 = 0.3025$$

$$\begin{aligned} SS_{CD} &= \sum_{k=1}^c \sum_{l=1}^d \frac{y_{\cdot j k \cdot \cdot}^2}{nab} - \frac{y^2 \dots}{abcdn} \\ &= \frac{(13.62)^2 + (18.50)^2 + (30.36)^2 + (21.30)^2}{18} - \frac{(83.78)^2}{72} = 8.2445 \end{aligned}$$

$$SS_{C*D} = SS_{CD} - SS_C - SS_D = 8.2445 - 5.3029 - 0.2427 = 2.6989$$

$$\begin{aligned} SS_{ABC} &= \sum_{i=1}^a \sum_{j=1}^b \sum_{k=1}^c \frac{y_{ijk\cdot\cdot}^2}{nd} - \frac{y^2 \dots}{abcdn} \\ &= \frac{(6.40)^2 + (6.50)^2 + (9.10)^2 + \dots + (9.06)^2 + (9.16)^2}{6} - \frac{(83.78)^2}{72} = 6.5504 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} SS_{A*B*C} &= SS_{ABC} - SS_A - SS_B - SS_C - SS_{A*B} - SS_{A*C} - SS_{B*C} \\ &= 6.5501 - 0.0014 - 1.1076 - 5.3029 - 0.0089 - 0.0038 - 0.1196 \\ &= 0.0062 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} SS_{ABD} &= \sum_{i=1}^a \sum_{j=1}^b \sum_{l=1}^d \frac{y_{ij\cdot l \cdot}^2}{nc} - \frac{y^2 \dots}{abcdn} \\ &= \frac{(7.50)^2 + (8.00)^2 + (7.97)^2 + \dots + (7.49)^2 + (9.80)^2}{6} - \frac{(83.78)^2}{72} \\ &= 1.7181 \end{aligned}$$

$$SS_{A*B*D} = SS_{ABD} - SS_A - SS_B - SS_D - SS_{A*B} - SS_{A*D} - SS_{B*D}$$

$$= 1.7181 - 0.0014 - 1.1076 - 5.3029 - 0.0089 - 0.0512 - 0.3026$$

$$= 0.0038$$

$$S_{ACD} = \sum_{i=1}^a \sum_{k=1}^c \sum_{l=1}^d \frac{y_{i \cdot kl \cdot}^2}{nb} - \frac{y_{\dots}^2}{abcdn}$$

$$= \frac{(6.24)^2 + (9.87)^2 + (7.38)^2 + \dots + (15.17)^2 + (10.82)^2}{9} - \frac{(83.78)^2}{72}$$

$$= 8.4129$$

$$SS_{A * C * D} = SS_{ACD} - SS_A - SS_C - SS_D - SS_{A * C} - SS_{A * D} - SS_{C * D}$$

$$= 8.4129 - 0.0014 - 1.5.3029 - 0.2427 - 0.0038 - 0.0512 - 2.6989$$

$$= 0.1120$$

$$SS_{BCD} = \sum_{j=1}^b \sum_{k=1}^c \sum_{l=1}^d \frac{y_{\cdot jkl \cdot}^2}{na} - \frac{y_{\dots}^2}{abcdn}$$

$$= \frac{(4.90)^2 + (8.00)^2 + (10.57)^2 + \dots + (10.22)^2 + (8.00)^2}{6} - \frac{(83.78)^2}{72}$$

$$= 9.9072$$

$$SS_{B * C * D} = SS_{BCD} - SS_B - SS_C - SS_D - SS_{B * C} - SS_{B * D} - SS_{C * D}$$

$$= 9.9072 - 1.1076 - 5.3029 - 0.2427 - 0.1196 - 0.3026 - 2.6989$$

$$= 0.1329$$

$$SS_{ABCD} = \sum_{i=1}^a \sum_{j=1}^b \sum_{k=1}^c \sum_{l=1}^d \frac{y_{ijkl \cdot \cdot}^2}{n} - \frac{y_{\dots}^2}{abcdn}$$

$$= \frac{(2.20)^2 + (4.20)^2 + (2.70)^2 + \dots + (5.16)^2 + (4.00)^2}{3} - \frac{(83.78)^2}{72} = 10.1202$$

$$SS_{A * B * C * D} = SS_{ABCD} - SS_A - SS_B - SS_C - SS_D - SS_{A * B} - SS_{A * C} - SS_{A * D} - SS_{B * C} - SS_{B * D} - SS_{C * D}$$

$$- SS_{A * B * C} - SS_{A * B * D} - SS_{A * C * D} - SS_{B * C * D}$$

$$=$$

$$10.1202 - 0.0014 - 1.1076 - 5.3029 - 0.2427 - 0.0089 - 0.003$$

$$8 - 0.0512 - 0.1196 - 0.3026 - 2.6989 - 0.0062 - 0.0038 - 0.11$$

$$20-0.1329$$

$$=0.0257$$

$$\text{最後計算誤差 } SSE = SST - SS_{ABCD} = 11.0509 - 10.1202 = 0.9307$$

2. 建立變異數分析表

將計算所得之數值填入 SS 欄位中，然後再除以自由度 df 求得 MS 值，最後將 MS 除以誤差 (SSE) 求得檢定值 F_0 ，設檢定水準 $\alpha = 0.05$ ，可查表後用內插法或用統計教學網站網頁查詢求得 $F_{0.05}(1, 48) = 4.0427$ ，求得 $F_{0.05}(2, 48) = 3.1907$ 。

表 10 四因子變異數分析表

變異來源	SS	df	MS	F_0	F
位置 A	0.0014	1	0.001	0.072	4.043
實驗室 B	1.1076	2	0.554	28.56	3.191
廠牌 C	5.3029	1	5.303	273.5	4.043
流量 D	0.2427	1	0.243	12.52	4.043
位置 A * 實驗室 B	0.0089	2	0.004	0.23	3.191
位置 A * 廠牌 C	0.0038	1	0.004	0.196	4.043
位置 A * 流量 D	0.0512	1	0.051	2.641	4.043
實驗室 B * 廠牌 C	0.1196	2	0.06	3.084	3.191
實驗室 B * 流量 D	0.3026	2	0.151	7.803	3.191
廠牌 C * 流量 D	2.6989	1	2.699	139.2	4.043
位置 A * 實驗室 B * 廠牌 C	0.0062	2	0.003	0.16	3.191
位置 A * 實驗室 B * 流量 D	0.0038	2	0.002	0.098	3.191
位置 A * 廠牌 C * 流量 D	0.112	1	0.112	5.776	4.043
實驗室 B * 廠牌 C * 流量 D	0.1329	2	0.066	3.427	3.191
位置 A * 實驗室 B * 廠牌 C * 流量 D	0.0257	2	0.013	0.663	3.191
誤差	0.9307	48	0.019		
總和	11.0509	71			

3. 假設檢定及分析

計算完以上四因子變異數分析表後，再將求得統計檢定值 F_0 與最後一欄的 F 值做比較，其中位置 A 因子的統計檢定值 $0.072 \leq F_{0.05}(1, 48) = 4.043$ 不拒絕虛無假設，表示位置 A 因子的效果

不顯著，可解釋為不同位置 A 因子影響水量計檢定的器差值不顯著；檢定設備系統 B 因子的統計檢定值 $28.56 \geq F_{0.05}(2,48) = 3.191$ 拒絕虛無假設，表示檢定設備系統的效果非常顯著，可解釋為不同檢定設備系統影響水量計檢定的器差值非常顯著；廠牌 C 因子的統計檢定值 $273.5 \geq F_{0.05}(1,48) = 4.043$ 拒絕虛無假設，表示廠牌的效果非常顯著，可解釋為不同廠牌水量計影響水量計檢定的器差值非常顯著；流量 D 因子的統計檢定值 $12.52 \geq F_{0.05}(1,48) = 4.043$ 拒絕虛無假設，表示流量的效果非常顯著，也可解釋為流量不同影響水量計檢定的器差值非常顯著。各因子交互作用中，檢定設備系統 B 因子及流量 D 因子的交互作用統計檢定值 $7.803 \geq F_{0.05}(2,48) = 3.191$ 拒絕虛無假設，表示檢定設備系統 B 因子及流量 D 因子的交互作用的效果非常顯著，也可解釋為檢定設備系統 B 因子及流量 D 因子的交互作用影響水量計檢定的器差值非常顯著；廠牌 C 因子及流量 D 因子的交互作用統計檢定值 $139.2 \geq F_{0.05}(1,48) = 4.043$ 拒絕虛無假設，表示廠牌 C 因子及流量 D 因子的交互作用的效果非常顯著，也可解釋為表示廠牌 C 因子及流量 D 因子的交互作用的效果非常顯著；位置 A 因子、廠牌 C 因子及流量 D 因子的交互作用統計檢定值 $5.776 \geq F_{0.05}(1,48) = 4.043$ 拒絕虛無假設，表示位置 A 因子、廠牌 C 因子及流量 D 因子的交互作用的效果非常顯著，也可解釋為表示位置 A 因子、廠牌 C 因子及流量 D 因子的交互作用的效果非常顯著；其他的各因子間的交互作用統計檢定值 $F_0 < F$ ，表示其他的各因子間的交互作用效果不顯著，也可解釋為其他的各因子間的交互作用影響水量計檢定的器差值不顯著。

七、結論

由變異數分析表得知不同檢定設備、不同水量計廠牌及不同檢定流量對檢定器差有顯著的影響，而不同檢定位置對檢定器差則無顯著的影響。其中離差的平方和(SS)值以不同製造廠牌最大，表示在整個研究假設變異因子中，不同製造廠牌對檢定結果器差的影響最為顯著。

考慮各變異因子的交互作用，除了檢定設備與流量、廠牌與流量及位置、廠牌與流量的交互作用影響水量計檢定的器差值非常顯著；其他的各變異因子間的交互作用影響水量計檢定的器差值不顯著。

針對此次研究數據統計結果可得下列結論：

1. 水量計檢定時，水量計安裝位置對水量計之檢定器差結果，彼此間無顯著差異，水在常溫下可視為不可壓縮流。
2. 本次研究所使用的 3 套水量計檢定設備，對水量計之檢定器差結果，彼此間有顯著差異，探討可能原因如下：
 - (1) 總局第七組電腦自動控制水量系統，因該 300 L 量槽之槽身設計非等徑直筒，而是有斜度及頸部設計，水位高度與體積容量非成直線關係，而電腦偵測水量是以水位與體積容量成直線關係紀錄計算，故校正點僅 300 L 單點準確，其上、下水量即會隨偏離值大、小而變化，致器差檢定不穩定。
 - (2) 總局第七組電腦自動控制水量系統，底部歸零點與自動偵測水位量尺有一水管連通，當量槽排水時，產生真空現象使連通管水量流光，致檢定時水位低於零點水位。
3. 不同的水量計製造業者生產的水量計，本來在各器具間就一定有不同的器差，故在度量衡器檢定業務，不採取所謂抽樣檢定方式，而是採用逐具檢定，才能保證度量衡器在計量上的準確度，以維護公平交易及保障公共安全。
4. 水量計不同流量會有不同的器差，就如同本文第 3 章節所提實際誤差曲線並非與流量無關的水平線，故在制訂「水量計檢定檢查技術規範」時，即已考慮不同流量對器差的影響，惟基於檢定效益及時

程問題，在技術規範中無法規定太多流量點一一執行檢定，僅合理參考各種誤差曲線，最終決定 Q_p (大流)及 Q_t (小流)為必須檢測之流量點。

5. 此次研究的各種變異因子的交互作用，除了檢定設備與流量、廠牌與流量及位置、廠牌與流量的交互作用影響水量計檢定的器差值有顯著影響外；其他的各變異因子間的交互作用對水量計檢定的器差值影響不顯著，各因子間彼此間是否有加成現象或消弛抵消現象，尚須進一步探討。

本次研究最後結果，是證明水量計檢定結果不會因執行檢定時，由於安裝位置不同而有顯著的影響。若使用總局第七組電腦自動控制位及水量設備時，需特別注意收集水量的補正是否正確？排水時是否有抽空連通管水量歸零點未定位的問題。也提醒今後檢定人員執行檢定時，更應注意各種可能影響器差的變數，以增進本研究的意義。

八、參考資料

1. 水量計檢定檢查技術規範(CNMV 49：第3版)
2. 密閉導管內水流量之量測—冷飲水用水量計—第1部：規範(93/10/20)
3. 密閉導管內水流量之量測—冷飲水用水量計—第2部：安裝規定與選用(93/10/20)
4. 密閉導管內水流量之量測—冷飲水用水量計—第3部：檢驗法及設備(93/10/20)
5. 渦流流量計(88/06/28)
6. Measurement of water flow in closed conduits—Meter for cold potable water (ISO 4064)
7. Water meters for cold potable water and hot water. Part 1: Metrological and technical requirements(OIML R49-1)
8. 水量計基本概念、檢定技術規範及設備操作(經濟部標準檢驗局：100年)
9. 水量計型式認證性能測試訓練課程講義(經濟部標準檢驗局：94年)
10. 變異數分析(三民書局，呂金河)